

# 科技部補助專題研究計畫成果報告 期末報告

## 耐久性新產品各時點之最適價格控制模式- Bass diffusion model 的延伸

計畫類別：個別型計畫  
計畫編號：NSC 102-2410-H-343-005-  
執行期間：102年08月01日至103年07月31日  
執行單位：南華大學企業管理學系管理科學博士班

計畫主持人：陳焱勝  
共同主持人：于健  
計畫參與人員：博士班研究生-兼任助理人員：陳怡君

處理方式：

1. 公開資訊：本計畫涉及專利或其他智慧財產權，2年後可公開查詢
2. 「本研究」是否已有嚴重損及公共利益之發現：否
3. 「本報告」是否建議提供政府單位施政參考：否

中華民國 103 年 10 月 28 日

中文摘要：本計劃之模式假設：任一時點知道新產品訊息的潛在消費者人數，如傳染病傳染般的擴散。此假設條件雖起源於 Bass Diffusion Model，但與目前應用 Bass Model 之各文獻模式皆有很大的不同。不同點如下：(1)現有 Bass Model 之相關研究皆假設產品售價為給定的常數(售價不隨時間點變動)，而本決策模式之決策者不僅隨時可控制市場知道新產品訊息的人數，也要控制各時間點產品的售價。此假設條件的放寬具有重要的應用價值。概因為新產品具有特殊的屬性，其售價訂定的核心應跳脫同性質產品的市場競爭，並應用此新產品的特殊性去作最有利的宣傳與應用，以轉換各時間點消費者剩餘成為利潤。(2) Bass Model 系列論文文獻應用範圍偏重於：利用新產品實際銷售的時間序列資料之事後分析，發覺某些新產品的銷售規則來做為日後同性質新產品之銷售預測。而本模式是站在長期制定售價的決策者立場，探討其價值與售量的控制問題。其數學模式屬於最適控制問題。相較 Bass Model 之一般文獻，此最適控制問題求解過程之難度與複雜性高，但在管理決策方面的應用場合顯然更寬廣且更具實務意義。

中文關鍵詞：Bass diffusion model, 最適控制, 價格策略, 新產品, 專利, 行銷管理.

英文摘要：Our proposed model assumes that the number of potential consumers who once know the new product information at any time point will spread like communicable disease. Although this assumption conditions originated in the Bass diffusion Model, but it differs from the current applications of the Bass Model for: (1) Series of papers used by Bass Model assume that the product prices are constant (prices do not vary with changes of time). The decision-maker of the model shall not only take charge of the number of people who know the new product information in the market but also control the price of products at any time point. The relaxation of this assumption is with an important application value. Because the prices of the new products with special properties should escape from the market competition, to go for the most favorable publicity and application, and to convert consumer surplus at each time point to become the profits. (2) Series of papers and literature used by Bass Model

emphasize the use of time-series data for new product sales and forecasting sales rules of some new products. This model is for the policy makers who decide the prices for a long time, and it discusses the prices and sales problems. The mathematical model belongs to the optimal control problem. Although this optimal control problem is more complicated than series of papers used by the Bass Model, but its applications is apparently broader than the Bass Model Series paper applications in the management of decision-making theory.

英文關鍵詞： Bass diffusion model, Optimization control, Pricing strategy, New Product, Patent, Marketing.

# 耐久性新產品各時點之最適價格控制模式

## - Bass diffusion model 的延伸

### 摘要

本計劃之模式假設：任一時點知道新產品訊息的潛在消費者人數，如傳染病傳染般的擴散。此假設條件雖起源於Bass Diffusion Model，但與目前應用Bass Model 之各文獻模式皆有很大的不同。不同點如下：(1)現有 Bass Model 之相關研究皆假設產品售價為給定的常數(售價不隨時間點變動)，而本決策模式之決策者不僅隨時可控制市場知道新產品訊息的人數，也要控制各時間點產品的售價。此假設條件的放寬具有重要的應用價值。概因為新產品具有特殊的屬性，其售價訂定的核心應跳脫同性質產品的市場競爭，並應用此新產品的特殊性去作最有利的宣傳與應用，以轉換各時間點消費者剩餘成為利潤。(2) Bass Model 系列論文文獻應用範圍偏重於：利用新產品實際銷售的時間序列資料之事後分析，發覺某些新產品的銷售規則來做為日後同性質新產品之銷售預測。而本模式是站在長期制定售價的決策者立場，探討其價值與售量的控制問題。其數學模式屬於最適控制問題。相較Bass Model 之一般文獻，此最適控制問題求解過程之難度與複雜性高，但在管理決策方面的應用場合顯然更寬廣且更具實務意義。

關鍵字：Bass diffusion model, 最適控制, 價格策略, 新產品, 專利, 行銷管理.

**An optimal control model of  
the time varying price strategy of a new durable  
– an extension of the Bass diffusion model**

**Abstract**

Our proposed model assumes that the number of potential consumers who once know the new product information at any time point will spread like communicable disease. Although this assumption conditions originated in the Bass diffusion Model, but it differs from the current applications of the Bass Model for: (1) Series of papers used by Bass Model assume that the product prices are constant (prices do not vary with changes of time). The decision-maker of the model shall not only take charge of the number of people who know the new product information in the market but also control the price of products at any time point. The relaxation of this assumption is with an important application value. Because the prices of the new products with special properties should escape from the market competition, to go for the most favorable publicity and application, and to convert consumer surplus at each time point to become the profits. (2) Series of papers and literature used by Bass Model emphasize the use of time-series data for new product sales and forecasting sales rules of some new products. This model is for the policy makers who decide the prices for a long time, and it discusses the prices and sales problems. The mathematical model belongs to the optimal control problem. Although this optimal control problem is more complicated than series of papers used by the Bass Model, but it's applications is apparently broader than the Bass Model Series paper applications in the management of decision-making theory.

**Keywords:** Bass diffusion model, Optimization control, Pricing strategy, New Product, Patent, Marketing.

## 一、研究動機與目的

從1969年Frank Bass發表Bass擴散模式(Bass diffusion model, Bass 1969), 透過描述潛在購買者與已購買者間之互動關係來探討新產品被採用的過程以來, 無論從管理理論的影響層面考量、廣度比較或是相關研究被引用的次數統計, Bass diffusion model 的相關研究已被廣泛應用於解決新產品銷量預測和新科技擴散預測的問題上, 且被公認為是行銷領域最著名的研究之一; 在2004年(Hopp 2004, Bass 2004), Bass diffusion model 之研究被評選為管理科學(management science)領域中, 近50年來被引用最多之十大研究之一, 次數排名第五且為唯一入選之行銷管理類研究。

本研究團隊曾應用Bass diffusion model 先後發表相關研究Chen & Yu (2001)、Chen & Yu (2002)與Chen & Shih (2008)等論文三篇, 其中後者篇名為「Pricing of prescription drugs and its impact on physicians」的研究自發表以後, 竟然引發至少20篇相關論文的討論與發表如 Kingham & Wheeler (2009)、Liu, Yang & Hsieh (2009)、Cummings, Merlo & Cottler (2011)等研究! 這使本研究團隊認為Bass diffusion model 的影響力而值得重新檢視原擴散模式的假設條件。希望能寬放原假設條件或能修正其缺失以進一步擴充模式的應用場合。其中最重要的區別在於: 至目前為止, 所有Bass diffusion model 的相關文獻, 模式均建構在價格是給定的常數(計畫開始前即已被設定且不隨時間改變)的條件下進行相關討論, 故較適用於利用新產品實際銷售的時間數列資料, 透過推估創新者與追隨者的擴散係數來發現新產品的銷售擴散規則以進行銷售預測並依此銷售趨勢作為新產品資源投入及分配的策略行銷規劃參考。而本研究認為價格應可以被視為變數, 其隨時間變動而不同。故傳統的Bass diffusion model 的擴散模式將可轉換為新產品/新科技價格之「最適控制」的問題來討論。透過本研究建立之擴充Bass 模式, 銷售者可將價格視為控制變數, 視市場上對新產品的反應與資訊擴散情況而隨時調整, 有效的進行價格策略。此外, 傳統Bass 模式的應用之所以侷限在只利用實際銷售資料的統計分析方法進行預測或透過數值分析進行模擬的現象, 其原因在於數學求解困難問題, 畢竟最適控制模式的求解難度甚高, 一般僅能以近似解或最佳解存在之條件進行敏感度分析。基於過去的研究能力及努力, 本團隊認為本計畫建立之擴充式Bass diffusion model 之價格控制模式, 將可以透過討論及推導過程求得模式之最佳解。

本計畫嘗試寬放現有之假設條件, 將傳統Bass diffusion model 改良為價格可調整的最適控制問題並建構一般性模式。透過模式的建立討論與求解過程, 新產品的價格不再是必須於計畫期初即需決定且固定不變的常數, 銷售者可利用最佳解的性質應用隨時調整價格, 真正進行於新產品或新科技的價格掠取或擴散策略

以利用消費者剩餘，獲取更大的利潤。

依據Bass diffusion model 之標準方程式，在任一t時點購買新產品之消費者人數 $x'(t)$ 可以式(1)表示如下：

$$x'(t) = (\alpha + \beta x(t))(N - x(t)), \quad \alpha, \beta, N > 0 \quad (1.1)$$

其中， $x(t)$ 為t時點已購買新產品之累積消費者人數， $N$ 為所有之潛在消費者， $\alpha$ 為創新者係數， $\beta$ 為模仿者係數。本文假設任一時點之銷新產品訊息的潛在消費者人數，如疾病傳染般擴散。即對任一時點而言，當先前的以購買產品的使用者愈多時，將誘導當時知曉此新產品新增率愈大。此假設條件之產生雖源自於學者Frank Bass(Bass 1969)，但與原假設條件並不完全一樣。Bass diffusion model 將潛在消費者區分為創新者(innovators)與模仿者(imitators)，創新者是受外部影響，如廣告等因素就會購買產品；模仿者則主要參考以購買者的使用經驗及口碑而購買產品。上述條件建立在消費者獲知新產品資訊的同時就會購買產品，顯與現實不符，仍有以下考慮不完整之處需要解決：

(一)、知曉新產品資訊的消費者未必在此時點全數購買產品。當知道產品資訊後，消費者將產生其對該產品的評價，即保留價格(reservation price)。當保留價格高於售價時，獲知訊息的消費者才會採取購買行為。此外，尤其當知曉新產品資訊的潛在消費者非常多時，如何透過當時售價的調整來誘導潛在消費者購買以影響當時產品被購買的擴散率是一個新產品之主要的行銷研究議題。

(二)、Bass(1969)認為產品價格僅會影響模仿者之購買行為，而對創新者並無顯著的影響之假設，顯違反經濟學中之理性消費者對需求函數之基本假設，即無論是創新者或模仿者的購買行為都會受到產品價格之影響。

(三)、定價後直接應用Bass diffusion model 來做新產品的銷售趨勢預測，會高估創新者係數 $\alpha$ 值與低估模仿者係數 $\beta$ 值，而影響新產品之行銷策略規劃(Chen & Shih 2008)。

因此，本研究自行定義一個「臨櫃潛在消費者」的概念來補充詮釋新產品的擴散模式。所謂臨櫃潛在消費者，係指：一個以充分考慮其他購買因素的潛在消費者，在接受新產品銷售訊息程度達到只剩售價水準因素就可決定是否購買產品之潛在消費者。同時本研究假設在銷售時間區間 $[0, \infty)$ 內的任一t時點，皆有一股力量吸引潛在消費者成為臨櫃潛在消費者，且這股力量為累積銷售量 $x(t)$ 的線性函數，記作 $\alpha + \beta x(t)$ 。此外，我們假設某產品之潛在消費者總人數與其產品單位成本有

關；稱為單位成本 $c$ 的對應之潛在消費者人數並以 $N_c$ 表示

$$N_c = N \int_c^{\infty} f(z) dz \quad (1.2)$$

綜此，我們認為 $t$ 時點潛在消費者人數的估計應以 $(N_c - x(t))G(p(t))$ 來替換式(1)中之 $N - x(t)$ ，其中 $G(p(t))$ 表示在 $t$ 時點獲知產品資訊的群眾中，其保留價格高於產品售價而願購買的人數比例。 $p(t)$ 為產品在 $t$ 時點之售價， $f(z)$ 這表示，若決策者在乎或想知道各時點的新產品價格水準是如何影響各時點產品資訊的擴散狀況，進而影響新產品在專利保護期間 $[0, T]$ 的折現利潤 $\int_0^T e^{-rt} [p(t) - c]x'(t)dt$ ，則式(1)中之 $x'(t)$ ，在任一 $t$ 時點購買新產品之消費者人數應被修正為：

$$x'(t) = (\alpha + \beta x(t))(N_c - x(t)) \cdot \frac{\int_c^{\infty} f(z) dz}{\int_c^{p_t} f(z) dz}, p_t \geq c, \forall t \in [0, \infty) \quad (1.3)$$

其中 $p_t$ 為 $t$ 時點之產品售價， $f(z)$ 為所有潛在消費者 $N_c$ 對商品保留價格為 $z$ 的機率密度函數(亦即其機率密度為 $\frac{\int_c^{\infty} f(z) dz}{\int_c^{p_t} f(z) dz}$ )。本模式為Bass Model的革命性推廣。除了引進臨櫃潛在消費者的概念作為管理意涵之說明外，更重要的是在Bass Model及相關之推廣模式中，產品價格皆被視為給定，即售價不隨時間的不同而不同；而本模式之產品價格 $p_t$ 是可隨時點 $t$ 的不同而不同的控制變數。

## 二、數學模式

如果在式(1.2)中，我們假設 $f(z)$ 為參數 $\mu$ 的指數分配，即 $f(z) = \frac{1}{\mu} e^{-\frac{1}{\mu}z}$ ， $\mu =$

$\int_0^{\infty} z f(z) dz$ 為潛在消費者中，保留價格的平均值，則根據式(1.1)及(1.2)，

$$\int_{p_t}^{\infty} f(z) dz = e^{-\frac{p(t)}{\mu}}, \text{ 且 } N_c = N e^{-\frac{c}{\mu}} \quad (2.1)$$

因此，廠商在銷售期間 $[0, \infty)$ 折現最大利潤模式可表示為：



$$\begin{cases} \max_{p_t, x_t} \pi = \int_0^{\infty} e^{-rt} (p_t - c) x_t' dt & (2.2) \\ \text{s. t. } x_t' = (\alpha + \beta x_t)(N_c - x_t) \cdot e^{-\frac{p(t)}{\mu}} & (2.3) \\ \text{where } x_t' \geq 0, \forall t \in [0, \infty) & \alpha, \beta, N, r, c > 0 \end{cases}$$

其中 $r$ 為廠商之折現率， $c$ 為新產品的單位成本， $p_t$ 與 $x_t$ 皆為時間 $t$ 的函數，以下我們將以簡化的符號 $p$ 與 $x$ 分別代替之。由式(2.3)可得

$$p = -\mu \cdot \ln \left[ \frac{x'}{(\alpha + \beta x)(N_c - x)} \right] = \mu \cdot \ln \left[ \frac{(\alpha + \beta x)(N_c - x)}{x'} \right] \quad (2.4)$$

將式(2.4)代入式(2.1)，可將上述模式改寫成模式(I)：

$$(I) \begin{cases} \max_{p_t, x_t} \pi = \int_0^{\infty} e^{-rt} \left( \mu \cdot \ln \left[ \frac{(\alpha + \beta x)(N_c - x)}{x'} \right] - c \right) x' dt & (2.5) \\ \text{s. t. } x(0) = x_0 \text{ is a known constant} \\ x_t' \geq 0, \forall t \in [0, \infty) & \alpha, \beta, N, r, c > 0 \end{cases}$$

經過最佳解推導過程得知最佳銷售率 $x_t^{*}$ 變動的百分比 $\frac{x_t^{*''}}{x_t^{*}}$ 與最佳單位利潤

$(p_t^* - c)$ 呈反向的線性變動關係，即

$$\frac{x_t^{*''}}{x_t^{*}} = \frac{-r}{\mu} (p_t^* - c) + r \quad (2.6)$$

### 三、結論

本文假設新產品上市後，其銷售情況如傳染般擴散，為其擴散速度是可以透過各時點價格之制定而加以控制的，而控制的目的，則為追求銷售期間內的產品折現利潤最大化。本文將此問題製作成可具體討論的數學模式(I)，經模式最適解之求解過程與討論，發現研究結果如下：

#### (一)、各時點之最佳售價

1. 最價售價在上市開始的前階段，是隨銷售時間增加而增加；後階段則隨銷售時間的增加而減少，因而最佳售價函數存在唯一的極大售價。
2. 極大售價發生的時點所對應的累積銷售量至少為 $\frac{1}{2} \left( N_c - \frac{\alpha}{\beta} \right)$ ，其中單位成本 $c$ 的對應之潛在消費者人數並以 $N_c$ ， $\alpha$ 為創新者係數， $\beta$ 為模仿者係數。

3. 各時點之最佳售價皆高於單位成本與潛在消費者保留價格平均值之和。

## (二)、各時點之銷售率

1. 最佳銷售率(單位時間之銷售量)隨銷售時間之增加而減少。
2. 若將最佳銷售率表示成最佳累積銷售量的函數，則此函數之圖形在前階段為向下凹，而後階段則為向上凹。前述由向下凹轉換成向上凹的反曲點所對應的時間點，即為上述之極大售價發生的時點。
3. 最佳銷售率隨時間變動的百分比，為最佳單位利潤之負斜率的線性函數，此線性函數的截距為折現率，斜率為折現率除以潛在消費者保留價格的平均值。

## (三)、最佳銷售函數所對應之折現利潤：

1. 最佳折現利潤值與最佳解在初始時點之銷售率成正比；其比值為潛在消費者保留價格除以折現率。
2. 最佳折現利潤值可以用初始時點之最佳售價及諸環境因素表示。

本計畫模式(I)不僅是Bass diffusion model 的擴充，更彌補現有Bass 模式三個假設條件的不足之處。這種修正擴散方程式涉及價格及銷售量等皆為時間 $t$  的函數，其求解過程顯然比Bass diffusion model 複雜許多，但卻能描述出耐久性新產品上市價格控制問題本質的真實狀況。此外，創新的價值是伴隨時間而改變的，專利權更是法律給與新產品的利益保護。在專利保護期間 $[0, T]$ ，新產品的價值將隨時間經過而逐漸降低其獨占地位。如何在專利保護期間利用新產品的最適價格控制來使折現利潤最大銷售商必定面對的策略規劃問題。這亦是本計畫的貢獻之一。其次，因新產品具有特殊屬性，在利潤最大化的考量下，其定價策略之思考核心應跳脫同質性產品的市場競爭，而是如何應用新產品的獨特性，作最有力的宣傳與行銷以將消費者剩餘轉換成利潤。在此價格掠取的考量下，其價格似乎應隨時間 $t$  增加而減少(其理想狀況是使得在任一時點購買產品之消費者的消費者剩餘皆為0)，但另一方面，如考量利用短暫的專利保護期，使新產品同時能快速擴散以擴大市場占有率，卻必須降低降價格。研究顯示，最佳售價的變化正符合市場之實務特性。

## 七、參考文獻

1. Bass, Frank (1969). "A new product growth model for consumer durables". *Management Science* 15 (5): p215–227.
2. Hopp, Wallace J. (2004), 'Ten Most Influential Titles of "Management Science's"

First Fifty Years', *Management Science*, Vol. 50, No. 12, p. 1763.

3. Miao-Sheng Chen and Yu-Ti Shih, (2008), Pricing of Prescription drugs and its impact on physicians' choice behavior, *Health Care Management Science*, Vol.11, P.288-295

4. Miao-Sheng Chen and Chien Yu, (2001), "The marketing of hi-end or low-end versions of a product: Which should be launched first?" *International Journal of Management*. Vol.18, No.4, P.459-P.464.

5. Bass, F. M. (2004), "comment on: A new product growth for model consumer durables", *Management science*, Vol. 50, No. 12, pp. 1833-1840.

6. Miao-Sheng Chen and Chien Yu, (2002), The optimal launch schedule for two new cannibalistic durables : a diffusion theory approach, *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, Vol.19, No.1, P1-15.

7. Kingham, R and Wheeler, J. (2009), Government regulation of pricing and reimbursement of prescription medicines: results of a recent multi-country review, *Food Drug Law Journal*, 64(1): 101-114.

8. Liu, Y. M., Yang, Y. H. and Hsieh, C. R. (2009), Financial incentives and physician's prescription decisions on the choice between brand-name and generic drugs: evidence from Taiwan, *Journal of health Economics*, 28(2): 341-349.

9. Cummings, S. M, Merlo, L. and Cottler, L. (2011), Mechanisms of prescription drug diversion among impaired physicians, *Journal of Addict Dis.*, 30(3): 195-202.

# 科技部補助計畫衍生研發成果推廣資料表

日期:2014/10/23

科技部補助計畫	計畫名稱: 耐久性新產品各時點之最適價格控制模式- Bass diffusion model 的延伸
	計畫主持人: 陳森勝
	計畫編號: 102-2410-H-343-005- 學門領域: 作業研究/數量方法
無研發成果推廣資料	

102 年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：陳森勝		計畫編號：102-2410-H-343-005-				計畫名稱：耐久性新產品各時點之最適價格控制模式- Bass diffusion model 的延伸	
成果項目		量化			單位	備註（質化說明：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）	
		實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數（含實際已達成數）	本計畫實際貢獻百分比			
國內	論文著作	期刊論文	0	1	100%	篇	
		研究報告/技術報告	1	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%		
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力 （本國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	1	0	100%		
博士後研究員		0	0	100%			
專任助理		0	0	100%			
國外	論文著作	期刊論文	0	1	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%	章/本	
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力 （外國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
博士後研究員		0	0	100%			
專任助理		0	0	100%			

<p style="text-align: center;">其他成果</p> <p>(無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。)</p>	<p>無</p>
---	----------

	成果項目	量化	名稱或內容性質簡述
科 教 處 計 畫 加 填 項 目	測驗工具(含質性與量性)	0	
	課程/模組	0	
	電腦及網路系統或工具	0	
	教材	0	
	舉辦之活動/競賽	0	
	研討會/工作坊	0	
	電子報、網站	0	
	計畫成果推廣之參與(閱聽)人數	0	

# 科技部補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

## 1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

達成目標

未達成目標（請說明，以 100 字為限）

實驗失敗

因故實驗中斷

其他原因

說明：

本計畫達成學術理論模型建立、導出與求解之計畫目標。至於實務之應用，礙於核准經費之不足，並未如預期。

## 2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

論文：已發表 未發表之文稿 撰寫中 無

專利：已獲得 申請中 無

技轉：已技轉 洽談中 無

其他：（以 100 字為限）

## 3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限）

本計畫嘗試寬放現有之假設條件，將傳統 Bass diffusion model 改良為價格可調整的最適控制問題並建構一般性模式。透過模式的建立討論與求解過程，新產品的價格不再是必須於計畫期初即需決定且固定不變的常數，銷售者可利用最佳解的性質應用隨時調整價格，真正進行於新產品或新科技的價格掠取或擴散策略以利用消費者剩餘，獲取更大的利潤。對新產品之定價策略上具有理論依據之學術價值，並可應用於實務之新產品推廣與擴散。