

南 華 大 學
國際暨大陸事務學系亞太研究碩士班
碩士論文

擬題融入因數與倍數情境教學之行動研究
---以龍津國小五年級學生為例

An Action Research on divisors and multiple situated
teaching integrated with Problem Posing Activities
--- A Case Study of the Fifth Graders of Lon-gin
Elementary School

研究生：陳曉晴

指導教授：戴東清 博士

中華民國 102 年 6 月 19 日

摘要

本研究之目的乃在探討擬題教學融入因數和倍數情境教學之設計，及不同數學程度之學生在數學擬題前後之因數與倍數概念層次變化情形。

研究者以本身任教的國小五年級為研究對象，以質性分析為主，進行不等組的準實驗設計之行動研究。透過撲克牌的情境遊戲活動及擬題教學融入因數與倍數的單元教學，以學生擬題作品、遊戲學習單、學生訪談、與教師反省記錄單等質性資料分析，因數與倍數學後後測之量化統計分析，探討學生對因數與倍數概念層次之變化。研究發現如下：

- 一、學生的擬題作品類型適中的最多
- 二、學生對公因數的文字解題表現較差
- 三、學生解題錯誤最大的因素是忽視目的條件與理解不足

最後基於研究發現，本研究提出對後續研究的建議，以做為未相關研究之參考。

關鍵詞：數學擬題、因數與倍數、行動研究、情境學習

Abstract

The purpose of this study is to investigate the integration problem posing teaching situational divisors and multiples of teaching design, and different levels of math problems in math before and after the proposed conceptual level divisors and multiple changes in circumstances.

The research target group is the researcher's own teaching fifth grade and the method is using a qualitative analysis of the main group for the quasi-experimental design ranging from Action Research. It is to use poker games, activities and proposed integration factor and multiple instruction issue unit teaching, student-setters work, games worksheets, student interviews, and teacher reflect on record sheets and other qualitative data analysis, mathematical factor and fold after posttest quantitative statistical analysis to explore students' factor and multiple changes in the conceptual level. The research findings are as follows:

1. A student's type of work to be moderate at most questions.
2. The students' problem-solving common divisor text poor performance.
3. The biggest divisors in student problem solving is to ignore the error condition and lack of understanding of the purpose.

Finally, based on the research findings, this study proposes recommendations for follow-up studies, to serve as a reference is not relevant research.

Key words: mathematical problem posing, divisors and multiple, action research, Situational Learning

目次

第一章 緒論	1
第一節 研究動機與目的.....	1
第二節 文獻分析.....	5
第三節 研究方法與範圍.....	11
第四節 研究架構與章節.....	15
第二章 文獻探討	19
第一節 擬題的意義與內涵.....	19
第二節 情境認知學習理論的內涵與教學上的應用.....	31
第三節 國小因數與倍數內容分析.....	41
第四節 擬題融入情境學習的理論應用.....	44
第三章 研究設計與實施	45
第一節 「因數和倍數」教學活動設計.....	45
第二節 教學活動實施.....	47
第三節 資料蒐集與分析.....	60
第四章 研究結果與分析	67
第一節 因數與倍數問題的解題表現.....	67
第二節 學生擬題的作品類型和內容.....	76
第三節 不同能力水準的學生因數和倍數應用題解題表現差異情形.....	82
第四節 因數與倍數問題錯誤的解題策略與成因.....	87
第五章 結論	93
第一節 研究發現.....	93
第二節 建議.....	97

參考書目.....	98
中文部分	98
英文部分	101
附錄.....	103
附錄一 「因數與倍數」學習單一	103
附錄二 「因數與倍數」數學應用題學習單	104

圖次

圖 1-1 研究流程圖	12
圖 1-2 研究架構	15
圖 2-1 Polya 的解題歷程	26
圖 2-2 梁淑坤擬題四步驟	27
圖 2-3 坪田耕三擬題教學流程圖	30
圖 2-4 因數和倍數的教材概念圖	41
圖 3-1 因數和倍數教學架構圖	45
圖 3-2 教學流程圖	46

表次

表 2-1 Reitman 的擬題活動類型與結構.....	22
表 2-2 各種擬題類型分析比較	24
表 3-1 「擬題融入因數和倍數情境教學」的教學活動	47
表 3-2 因數和倍數第一次後測紙筆測驗之雙向細目分析	61
表 3-3 因數和倍數第二次後測紙筆測驗之雙向細目分析	62
表 4-1 實驗組因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形	68
表 4-2-1 控制組 1 因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形	69
表 4-2-2 控制組 2 因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形	70
表 4-2-3 控制組 3 因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形	71
表 4-3 控制組與實驗組對因數與倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形	72
表 4-4 第一次後測測驗錯誤類型分析	73
表 4-5 擬題作品分類結果	76
表 4-6 作品內容分析表	78
表 4-7 第二次後測測驗文字應用問題解題差異表現	82
表 4-8 在表面結構與深層結構兩個聯結向度的題目分布情形	83
表 4-9 實驗組某位學生的 10 道數學應用題分類情形	84
表 4-10 實驗組某位學生的表面結構與深層結構兩個向度的分數	84
表 4-11 受試者對 10 道數學試題問題結構相似性的分類得分與數學解題表現 ..	86
表 4-12 比較低、中、高組不同能力水準的解題表現差異	87
表 4-13 「10 道數學試題」解題錯誤分析	91

第一章 緒論

第一節 研究動機與目的

二十一世紀是資訊快速發展、知識經濟的時代，更是腦力產業的革命時代，而教育則是提升國家競爭力最勇猛的武器¹，因此世界各國無不積極努力於教育改革，希望在這世界的舞台占有一席之地。在這一波波教育改革浪潮裡，「世界主要國家為貫徹以學生為主體的理念，紛紛強化中小學課程連貫與統整，並建置中小學一貫課程體系」²，台灣也展開了教育改革行動方案，從九年一貫課程改革至十二年國民基本教育，希望藉以開展學生潛能、培養學生帶得走的能力、打造孩子未來的競爭力。數學是人類最重要的資產之一，被公認為科學、技術及思想發展的基石，文明演進的指標與推手。在數學教育裡，強調每個學生都有權利要求受到良好的數學訓練，並充分認識重要的數學概念及提升厚實數學能力。教育應提供學生做有意義及有效率學習的機會，使學生能學好重要的核心數學題材，因為這些重要的數學概念和精熟的演算能力，是九年一貫所強調「帶著走」的能力³。在九年一貫課程綱要數學領域中強調「發展形成數學問題與解決數學問題的能力」⁴，更具體指出數學教學應與生活化結合，並提供兒童所熟悉的事物讓其自能行探索並尋求當中的知識。

數學文字應用題（Arithmetic Word Problem，簡稱應用題）的特點是透過語言文字在敘述數學問題情境，普遍存在於中小學數學課程中，卻比一般演算涉及更複雜、包含更多層面的認知歷程，而應用題的解題常需結合兩種能力：一是計算能力，一是理解能力⁵，因此學生在解題時需先整理題意，把「語文理解」轉換成「形式數學」，也就是按題意列出算式，再運算求得答案，在轉換的過程中，

¹佐藤學，**學習的革命 從教室出發的改革**（台北：天下雜誌，2012），頁9。

²「十二年國民基本教育實施計畫配套措施：配套措施2 中小學課程連貫與統整方案 2-1 建置十二年一貫課程體系方案」，**教育部十二年國民基本教育網**，<http://12basic.edu.tw/draft/index.html>。

³「國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域」，**國民教育社群網**，http://teach.eje.edu.tw/9CC2/9cc_97.php。

⁴「90年暫行綱要」，**國民教育社群網**，http://teach.eje.edu.tw/9CC2/9cc_90.php。

⁵古明峰，「加減法應用題語文知識對問題難度之影響暨動態評量在應用問題之學習與遷移歷程上研究」，**新竹師院學報**，第11期（1998年），頁394。

解題者本身的一般語文知識和相對應的數學概念均占有重要的地位⁶。在Polya的解題四階段中，理解問題是成功解題的第一階段，是成功解題的必要條件。理解問題的過程必需涉及題目中關鍵要素的掌握，題目的語意及語法結構與其相互之間關係的瞭解⁷，從Mayer認知發展理論，亦認為數學解題歷程會涉及語文知識(Linguistic Knowledge)、語意知識(Semantic Knowledge)、基模知識(Schematic Knowledge)、策略性知識(Strategic Knowledge)、程序性知識(Procedural Knowledge)五種⁸，其中前三種知識則是形成問題表徵的重要關鍵，也就是解題者要先整理題意，把「語文理解」轉換成「形式數學」，也就是按照題意列式⁹要求學生「解題」，是讓他們解正常情況下的問題，而透過擬題(Problem Posing)的活動，教師不但可看出孩童心目中對問題的認知結構，同時擬題有助於解題歷程中對問題瞭解能力的建立，以及歷程回顧習慣和能力之培養，正可以評估學生「逆向」思考能力，了解學生心中對問題的認知結構及數學概念，有助於數學文字題的解題，更提供學生一些討論、思考和想像的機會，藉以提昇學生的創造力，進而培養合作及溝通表達的能力。美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱NCTM)在年其出版的「中小學數學課程及評量標準」(Curriculum And Evaluation Standards For School Mathematics)中提出「應讓學生在數學課中經驗、察覺和形成他們的問題(即擬題)，並以此作為教學的重心。」¹⁰。澳洲教育協會(Australian Education Council, 簡稱AEC)也指出鼓勵學生擬題是重要的，他們應該學習如何擬題，並試著去解自己所擬的題目¹¹。由此可知，發展形成問題的能力已是數學教育當前重要的課題。

⁶古明峰，「數學應用題的解題認知歷程之探討」，**教育研究資訊**，第6卷第3期(1998年5月)，頁64。

⁷林碧珍，「教師如何培養學生形成數學問題的能力」，**國教世紀**，第198期(2001年)，頁5-6。

⁸馬秀蘭，「發展問題知識—以數學能力低學童對乘除法算式為例」，**高雄師大學報**，第23期(2007年)，頁102。

⁹古明峰，「數學應用題的解題認知歷程之探討」，頁64。

¹⁰林晴滢，**生活情境融入文字題之小組教學探究**(嘉義：國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文，(2009年)，頁1。

¹¹馬秀蘭，「發展問題知識—以數學能力低學童對乘除法算式為例」，頁101。

學習數學應用題的主要目的之一，是希望學生能夠運用在課堂上所學到的數學知識和演算能力，用來解決在日常生活中實際所遭遇到的問題。荷蘭真實數學教育（Realistic Mathematics Education，簡稱RME）大師Freudenthal曾說「學生不是學習『應用數學』，而是學習如何應用『數學』」，認為數學的概念應由實體現象教孩子學習數學¹²。所以教師應透過實物的真實情境，讓認知發展階段處於具體運思期的兒童，學習與理解數學抽象符號、表徵，以及建立數感。「很多學生聽到『數學』這兩個字，會害怕到狂冒手汗。有種狀況是學生抱著頭擔心自己算不出來、學不好數學，想著想著這個擔憂可能就不幸成真了。英國劍橋大學（University of Cambridge）及牛津大學（University of Oxford）組成的研究團隊為了更瞭解數學焦慮的影響，對英國中等學校4333名學童的測驗結果和問卷做了一番研究。研究顯示，數學焦慮會影響數學成績，且女生比男生更害怕數學。」¹³ 研究者擔任高年級導師多年，從教學現場發現部分孩子也有上述新聞事件中所描述的狀況發生，特別的是，孩子對解決算式形式的數學問題時，學生的解題表現都是良好的，但若遇到以文字形式出現的應用問題時，則學生的解題表現就很差。一般人認為學生具有語文能力，因此對於簡單問題情境數學文字題，必定能夠理解運算，但在數學學習上，教學時常要用到各種方式的語言活動，如聽、說、讀、寫等，這可能是形成學生瞭解數學的障礙，因人們的心理表徵(Signified, The Mental Representation)和外表徵(Signifier, The External Representation)，也就是說，人們外在不同的語言表達方式都和其內在的心理表徵有關。¹⁴由此可見，兒童在解應用題所犯的解法錯誤，常由於對題目陳述不了解所致，且問題文字題本身敘述複雜程度亦會影響解題的難度，大多的學生缺乏將文字題文句的陳述意義

¹²周玉秀，「從 PISA 看數學素養與中小學數學教育」，**科學教育月刊**，第 293 期（2006 年 10 月），頁 4。

¹³「害怕數學，研究：女勝於男」，**中央社新聞網**，2012 年 07 月 10 日，<http://www.cna.com.tw/Views/Page/Search/hyDetailws.aspx?qid=201207100298&q=%e5%ae%b3%e6%80%95%e6%95%b8%e5%ad%b8>。

¹⁴張景媛，「數學文字題錯誤概念分析及學生建構數學概念的研究」，**教育心理學報**，第27期（1994 年，頁175。

及概念表徵，轉成有效的計算。¹⁵而數學題目中所涉及的問題情境亦將會影響學生的解題，情境學習理論（Situation Theory Of Learning）強調知識是學習者與情境互動建構出來，是學習者運用所習得的知識在真實活動中透過主動探究與摸索的過程而獲得的，強調學習活動應與文化結合，讓學習者在真實的活動中運用所學的知識，如此才能瞭解知識的意義，產生對知識的認同，才能發展出多種解題策略，以便日後運用¹⁶。教師應將數學學習與生活情境連結，瞭解學生在想什麼，運用學生的數學思考來教學¹⁷；輔導兒童從日常生活經驗中獲得有關的數學知識，教材中應提供遊戲化的數學活動，避免過度強調算數技巧或機械式的反覆練習，並適應個別差異，給予其各自所需的學習時間，讓低成就的學生也能獲得成功學習的機會，如此一來便可以有效預防數學焦慮的產生¹⁸。

在國小數學課程中，將數數分為整數、分數、小數及概數四類，可以想見數的概念占了極為重要的部分。其中整數部分在五年級時的重點為認識因數、公因數、倍數、公倍數。研究者在教學現場發現因數與倍數對於日後學童學習等值分數、異分母加減、分數乘除、比例概念等課程，都有極大的關聯。但是學生的生活經驗中缺乏與因數概念結合的活動，因數概念對國小五年級學生來說是一個獨立於生活之外的數學名詞¹⁹，許多中低程度學生卻因無法有系統學習而與倍數概念混淆而遭遇學習瓶頸，導致往後的數學學習產生先備知識不足的問題，無法搭起學習的鷹架，因此更加深他們對於數學學習的挫敗感以及排斥感。

基於上述原因，本研究嘗試予有關因數與倍數問題之研究加以整理--將因數與倍數和擬題教學相結合，且透過學生最熟悉的撲克牌，導入情境式遊戲，先引起學生學習動機，讓學生在遊戲中學習，再讓學生加深對問題結構的熟悉，最後自己形成數學問題，自己解決數學問題，並且透過全班討論的進行，分享解題的

¹⁵古明峰，「數學應用題的解題認知歷程之探討」，**教育研究資訊**，頁 64-65。

¹⁶林晴滢，**生活情境融入文字題之小組教學探究**，頁 20-21。

¹⁷張景媛，「數學文字題錯誤概念分析及學生建構數學概念的研究」，頁 176。

¹⁸古明峰，「孩子為什麼怕數學：談數學焦慮」，**國教世紀**，175 期（1997 年 4 月），頁 175。

¹⁹黃國勳 劉祥通，「撲克牌融入因數教學之創意教學行動研究」，**教育研究集刊**，第 51 輯第 1 期（2005 年 3 月），頁 99。

方法和擬題的成果，增加學習的樂趣。

根據上述研究動機，本研究的目的如下：

- 一、歸納國小五年級學生對因數與倍數問題的解題表現。
- 二、分析學生擬題的作品類型和內容。
- 三、瞭解國小五年級學生在因數與倍數問題有哪些錯誤的解題策略與成因。
- 四、探討不同能力水準的學生經過情境遊戲教學、擬題教學後，數學解題表現是
否有提升。

第二節 文獻分析

壹、擬題在數學相關研究

在國內多數的實證研究上，發現擬題活動在學生學習數學歷程、概念發展、擬題能力和解題能力均有增進之效果。

康滋容²⁰以擬題教學活動來探討國小二年級學生的解題能力的增進效果，採用不等組的準實驗設計，實施約十週擬題教學與沒有擬題的一般教學活動。在研究結果發現：

- 一、接受擬題活動融入教學的實驗組學生，當教材與非教材前測的影響被控制後，在「教材」和「非教材」類型解題能力的表現上，都顯著優於未接受擬題活動的控制組學生。
- 二、接受擬題活動融入教學的實驗組學生，當問題表徵和問題解決前測的影響力被控制後，在「問題表徵」和「問題解決」能力的表現上，都顯著優於未接受擬題活動的控制組學生。
- 三、接受擬題活動融入教學的實驗組學生，當流暢性和變通性前測的影響力被控制後，在擬題能力之「流暢性」和「變通性」的表現上，都顯著優於未接受

²⁰康滋容，**擬題活動對國小二年級學生解題能力和擬題能力的影響**（屏東：國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，2005年），頁84-92。

擬題活動的控制組學生。

四、不同擬題學習階段有不同的問題，只要老師找出因應的教學策略，由淺入深，漸進要求，即使語文能力不太成熟的二年級學生，亦可擬出相當完整的數學問題。

林群雄²¹針對國小三年級學童，以行動研究的方式透過擬題活動融入數學課堂，探討數學能力成長的過程、瞭解擬題活動教學在實際執行上的困難與解決方法，進一步增進教師專業成長。研究發現：

- 一、教師的專業成長：教師引導討論的能力獲致成長，教師本位的心態轉為學生本位的考量。
- 二、學童數學能力的成長：從上數學課畏懼發言到欲罷不能；擬題內容的不知所云到多元創意；討論的內容空洞到具有邏輯推理；解題的模仿到自我的見解。
- 三、擬題教學的實施與解難：進行擬題活動教學時，教師可利用故事情境佈題的方式，提升學生的學習興趣；小組合作擬題，小朋友在討論時，遇有遇到瓶頸的情況發生，教師亦應介入加以協助，以免時間拖延過長，影響教學流程。
- 四、擬題活動教學提升了學童學習數學的學習興趣、動機和自信。

吳進寶²²針對國小五年級整數四則混合運算實施擬題教學，擬題方式是採取日本學者坪田耕三的「類題法」。擬題教學分成「解題」和「解擬題」二個階段。研究發現：

- 一、學生擬出的題目屬於資料適中的有98.5%，學生最常改變數字，其次是事物，題目結構則是最少。

²¹林群雄，『教』與『學』之成長實錄-擬題活動教學融入國小三年級數學課堂之行動研究（高雄：國立中山大學教育研究所碩士在職專班碩士論文，2004年），頁120-125。

²²吳進寶，國小五年級擬題教學之研究-以整數四則混合運算為例（高雄：國立中山大學教育研究所碩士在職專班碩士論文，2005年），頁68-104。

- 二、學生在三步驟運算的解題表現較差，二次解題的成功率相近，但「解擬題」的解題策略正確率較高，其中，學生運算錯誤最大因素是程序性知識不夠熟練。
- 三、擬題教學是學生希望的上課方式，也提升了學生的學習的信心和樂趣。
- 四、教學者實施擬題教學時，所遭遇的困難有上課時間難以掌握、發表文化難以建立、部份學生擬題時不用心。

陳金章²³以準實驗研究法之不等組前後測，實驗教學後，實驗組和控制組都接受「數學解題測驗」和「數學學習態度量表」後測，探討擬題活動入數學學習，對不同能力水準、不同性別的學生，在非文字題、文字題、非例行性題目解題表現及數學學習態度之影響。研究發現：

- 一、接受擬題融入數學學習的學生，數學解題表現、文字題、非例行性題目解題表現明顯優於接受一般數學教學的學生，但在非文字題解題表現上不會有顯著差異。
- 二、不同能力水準的學生，數學解題表現、非文字題、文字題、非例行性題目解題表現沒有顯著差異。
- 三、不同性別的學生，數學解題表現、非文字題、文字題解題表現沒有顯著差異，但是在擬題融入數學學習的班級中，男生非例行性題目解題表現顯著優於女生非例行性題目解題表現。
- 四、接受擬題融入數學學習的學生，數學學習態度明顯優於接受一般數學學習的學生，可是，不同能力水準、不同性別的學生數學學習態度沒有顯著差異。

由此可見擬題活動在數學課堂上的可行性和對學童的助益性。對於有迷思概

²³陳金章，擬題活動融入國小五年級數學學習對數學解題表現、數學學習態度影響之研究（屏東：國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，2007年），頁95-141。

念的學童，除了要讓學童澄清錯誤概念及增進概念的理解外，更要能穩固及應用概念，利用擬題活動來增強學童的概念應是一個可行的方法。

貳、因數與倍數相關研究

有關因數與倍數學習困難之研究不多，茲將國內因數與倍數解題相關研究，整理摘要如下：

于國善²⁴針對「國小因數單元」設計補救教學活動，採個別化教學方式進行，並探討學生概念改變之情形，研究發現：

- 一、發展因數補救教學活動必須結合學生生活經驗與週遭情境，運用具體物，建構學生「整除」概念，並強調「順序性」，以避免遺漏或多找的情形產生。
- 二、個案經過補救教學後，在筆試測驗、解題能力與因數概念改變上均有提升的效果。
- 三、透過補救教學活動後，個案均能說出因數及整除之意義。

劉祥通與黃國勳²⁵以合作行動研究方式，針對國小學童發展因數教材之創新教學，研究結果發現教學活動如果能透過具體撲克牌遊戲---因數K吉棒，可以激發學生的學習動機，使多數的學生能了解整除和因數的意義，並正確的找出某一個數的所有因數。

王詩惠²⁶以個案研究法，針對開發因數教學模組進行補救教學，以國小五年級學童為例，設計克服因數隱藏性知識不足的教學模組，以活潑多元的教學法觸動學生的優勢智慧，將抽象的數學概念轉化成數學概念的具體化。其教學設計有

²⁴于國善，**國小學童因數補救教學之個案分析**（屏東：國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，2004年），頁29-95。

²⁵黃國勳、劉祥通，撲克牌融入因數教學之'創意教學行動研究，**教育研究集刊**，第 51 輯第 1 期（2005 年 3 月），頁 95-129。

²⁶王詩惠，"因數"教學模組之設計—我們都是一家族，**國教輔導雙月刊**，第 43 卷第 1 期（2003 年 10 月），頁 32-38。

「同心擂台賽」、「水果拼盤」、「剪剪樂」、「數字家族」、「因數心臟病」、「今生註定」六個活動。均利用活動式、遊戲式，增加學生的學習興趣；並從遊戲或活動中建構因數概念。

黃培甄²⁷以準實驗研究法中的「不等組—前測後測設計」，針對國小六年級因數與倍數提出創新架構教學設計，其先引倍數再引因數教材，因認為倍數的概念在國小階段二年級已建立，所以先教倍數。再藉由是否可以恰好分完的包含除情境引出因數，以文字題請學生判斷甲是不是乙的因數，以包含除情境題請學生列出所有可能的算式和答案，從所有算式中請學生找出某數的所有因數，以文字題加以練習，讓學生發現從小數往大數找才不會遺漏因數。

何欣玫²⁸自編「因數與倍數的解題溝通能力測驗」，藉此測驗來了解國小六年級學生在因數與倍數的解題溝通能力表現，並分析其在因數與倍數概念上的錯誤想法。研究發現：

- 一、溝通層次分為「表達自我想法」、「理解他人想法」與「評價他人想法」，整體而言，「表達自我想法」與「理解他人想法」優於「評價他人想法」；「因數」的溝通能力優於「倍數」的溝通能力。
- 二、在「表達自我概念」上，「符號表徵」的了解優於「理解題意」，「解題」優於「表達溝通」。在「理解他人想法」中，其能力表現依次為「判斷」、「轉化」、「認同說明」、「質疑辯證」。在「評價他人想法」中，「辨別」優於「澄清與補充」和「評鑑」。
- 三、溝通類型分為內向表達型、外向理解型、全能優越型及多層障礙型；其中多層障礙型的人數百分比最高，全能優越型最少。

²⁷黃培甄，國小六年級因數與倍數單元之創新架構研究，**南大學報**，第 39 卷第 1 期（2005 年），頁 61~89。

²⁸林原宏、何欣玫，因數與倍數之解題溝通能力測驗編製及其實證探究，**測驗統計年刊**，第十三輯（2005 年），頁 171-208。

四、因數與倍數概念之錯誤類型分析可分為：（一）語言概念錯誤，包括題意了解錯誤、語意知識不足、專有名詞概念混淆；（二）認知概念錯誤，包括運思能力不足、粗心錯誤、運算系統錯誤、直觀法則影響；（三）策略概念錯誤，包括解題策略錯誤、計劃監控失誤；（四）個人態度錯誤，包括厭惡思考、猜測。

由以上相關的研究，可看出在高年級學生在學習因數與倍數的概念，常有錯誤的迷思在，但因數與倍數在數學教育的應用方式相當廣泛，因此探討擬題的相關研究後，研究者產生以下一些研究構想：

- 一、就擬題的教材內容方面，擬題融入因數與倍數是尚未出現的題材，應是值得嘗試的教學活動。
- 二、就實施時間而言，研究者是利用彈性課程時間，配合該學期課程銜接補強所安排的，並非佔用數學正課時間，和其他使用數學課時間實施的研究不同。
- 三、將孩童生活中熟悉的遊戲融入因數與倍數中：
 - （1）「因數接龍」：撲克牌「排七接龍」改編成某一個數的因數接龍。
 - （2）樂線「九宮格」井字遊戲：學生從九宮格中的連線（因數），猜出老師心中的數(公倍數)。
 - （3）「因數碰碰樂」：將54張撲克牌蓋牌，從中找出兩張且必須乘起來是該數的因數。

第三節 研究方法與範圍

壹、研究方法與研究流程

因四年級升五年級學校依全年級學生學業成就，採S型重新編班，各班已為異質性分組，且「因數與倍數」單元是學生所未學過的新概念，故本研究採用「不等組---僅為後測設計」的準實驗設計，以質性分析為主的行動研究，在實務中發現問題，透過實驗教學、筆試測驗與課後問題訪談三部分來蒐集實驗組學童接受實驗教學後之學習成效與表現，然後提出解決辦法。

研究流程分為規畫、教學、檢核、分析四個部分，規畫階段蒐集各種因數與倍數的文獻，提供教學設計的依據與參考。教學階段進行觀察教學與學習的成效，課程設計採合作學習法，以分組討論模式，分成五組(三組六人，二組五人)。檢核與分析階段為學生的學習反應與表現，同時老師與學生間的對話亦為分析的重點。研究設計中，透過情境式遊戲、擬題與解擬題過程的教學策略為自變項，以僅為後測中的「因數與倍數學習單」、「因數與倍數數學應用題學習單」探討學生數學概念的發展、學生擬題的成果為依變項。研究者將詳細研究流程示意如下
圖 1-1：

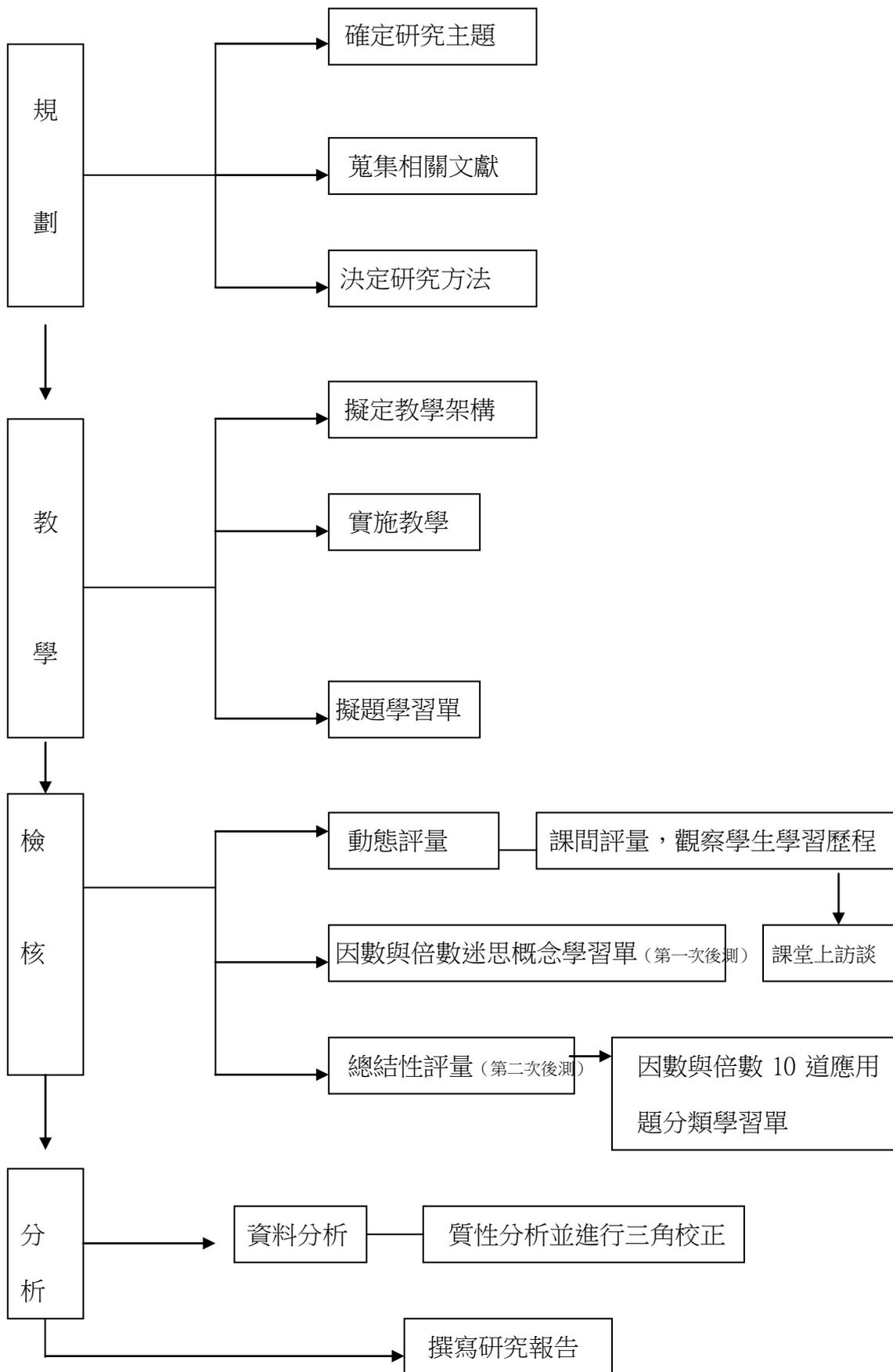


圖 1-1 研究流程圖

貳、研究範圍

一、研究樣本

研究對象為台中市龍津國小五年級學生，四班學生合計共108人，以研究者本身的班級為實驗組，實驗組共28位小朋友，男生16位，女生12位，其中二位學生屬於特教領域的小朋友，控制組為其他三班的學生共80位。

二、研究時間

配合五上數學單元編排，實驗時間為一〇一學年度開學第四週至第一次段考的第十一週，共為八週的彈性課，共計16節。

三、教材內容

本研究之課程範圍是以教育部於民國九十二年發布的「國民中小學九年一貫課程綱要」所編輯之南一版數學科第九冊第二單元「因數和倍數」為課程內容，其它課程範圍則不在本研究範圍。

四、研究工具

本研究依南一版數學科第九冊第二單元「因數和倍數」為課程內容，自編數學「因數與倍數學習單」及「因數與倍數10道數學應用題學習單」紙筆測驗進行後測試卷分析。其中「因數與倍數10道數學應用題學習單」的測驗內容包括二部分，第一部分是10道數學文字題所組成的測驗；第二部分則是由10道數學文字題所形成的分類作業。先讓受試者對第一部分10道數學文字題進行解題，再由受試者針對10道數學文字題進行相似題的分類工作。以該班五年級上學期期中考數學成績，依27%,46%,27%將實驗對象分為低、中、高三組，並挑選出實驗組低、中、高各一位學童在筆試測驗之應用問題解題策略進行課堂上訪談，先以其應用問題解題過程為問題起始，深入詢問其解題概念。為求測驗的內容效度，測驗編製完畢後請五年級三位現職教師對內容進行審題及修正，確定本測驗內容無字數、多餘訊息之干擾，並涵蓋本研究欲探討之題目類型。

五、施測方式

本研究施測方式以班級為單位，由各班老師協助進行施測，作答時間為40分鐘。

六、資料分析與處理

(一) 筆試測驗

筆試測驗試卷----先以「因數與倍數學習單」為前後測，將實驗組與控制組共108位，學童依各班座號編碼為S1,S2...S28，了解學生對因數與倍數概念的表現與迷思；再以「因數與倍數數學應用題學習單」為後後測，回收後，將實驗組28位學童依座號編碼為S1,S2...S28。再以該班五年級上學期期中考數學成績，依27%,46%,27%將實驗對象分為低、中、高三組，分析應用問題解題策略與統計各試題答對率，說明不同程度學童對於實驗教學的接受程度是否有所差異。

(二) 訪談

在進行教學觀察與學習檢核時，學生的學習反應若產生不解或遲疑，則利用下課時間進行深度訪談，以釐清疑教學疑點確認觀察所得。

第四節 研究架構與章節

壹、研究架構

研究者根據研究目的，將本研究架構圖示意如下圖1-2：

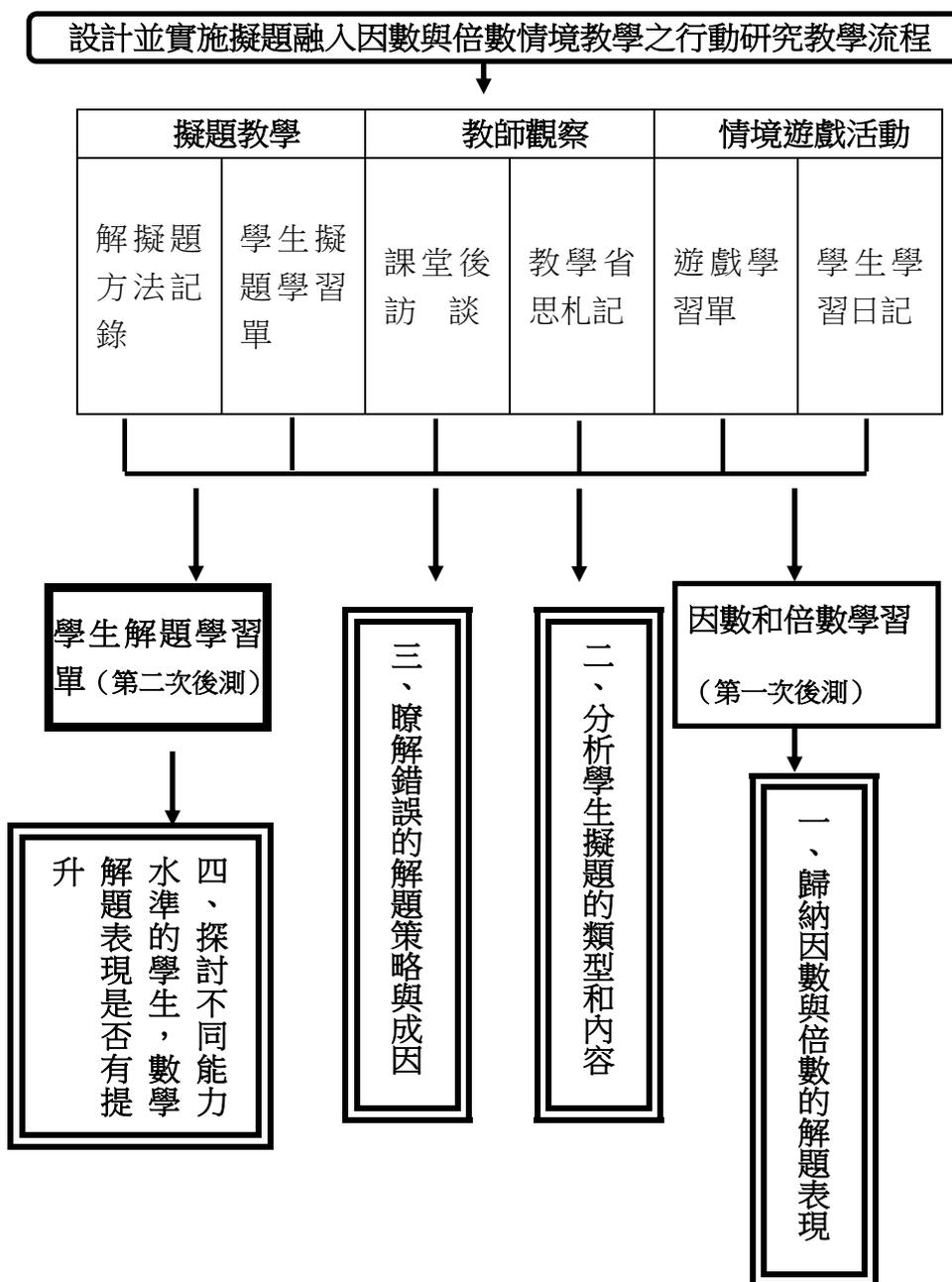


圖 1-2 研究架構

貳、章節安排

基於上述的研究架構，本文的章節安排如下：第一章是緒論，內容主要提出問題，說明本研究的動機與目的，並且針對已有探討擬題融入教學及因數與倍數的相關文獻進行初步分析，再擬定研究的架構與流程。

第二章文獻探討則先探討解題相關理論的發展及其與擬題之間的相互關係，再分析因數與倍數的教材內容與教學上的研究。

第三章先呈現本研究的教學流程、教學架構與擬題融入情境教學設計進行準實驗研究，最後並著手實驗後的資料蒐集與分析。

第四章則根據實驗結果歸納學生對因數與倍數問題的解題表現，分析學生擬題的作品類型和內容，從中瞭解在因數與倍數問題有哪些錯誤的解題策略與成因，並探討不同能力水準的學生經過情境遊戲教學、擬題教學後，數學解題表現是否有提升。

第五章以第四章的研究結果提出結論與未來研究的建議。

第五節 名詞釋義

以下將本研究所涉及的重要名詞及其操作型定義，分別說明如下：

壹、擬題 (Problem Posing)

本研究的擬題是指學生先解完教師提供的題目後，以自己的數學經驗，再以原題為基礎，想出另一個類似的數學問題，學生可以改變數字、事物、問題結構等。

貳、因數 (Divisors)

在數學上，設 a 、 b 是兩個正整數，若 $a = bxq$ 或 $a \div b = q$ ，則稱 b 是 a 的一個因數。

參、倍數 (Multiple)

在數學上，設 a 、 b 是兩個正整數，若 $a = bxq + r$ ，其中 q 是正整數，而且 $r = 0$ ，則稱 a 是 b 的倍數。

肆、行動研究 (Action Research)

透過「行動」(action)與「研究」(research)的結合，減少學術理論與實務的差距。鼓勵實務工作者採取批判與質疑的態度，反省探究實務工作的各種活動，促發自我的專業成長，增進自己對實務工作的了解與掌控能力，並改善實務工作情境。行動研究主要是研究者在其實際工作情境中，對其關注的實務問題，以研究者角色，結合同仁或專家學者一同研究。其目的在解決工作情境中的實務問題，而非建立學術理論。

伍、情境學習 (Situation Theory of Learning)

強調學習是在真實的情境脈絡中進行著，主張要提供真實情境的學習環境，並且以解決問題為導向，培養學生能獨立思考及解決生活問題為目標。

第二章 文獻探討

本研究之相關理論將於本章分為四節進行探討。第一節，擬題的意義與內涵；第二節，情境認知的意義與內涵；第三節，因數與倍數教材內容分析；第四節，擬題融入情境學習的理論應用。

第一節 擬題的意義與內涵

壹、擬題的定義與特徵

擬題的定義究竟是什麼？國外學者 Silver 將擬題定義為：學生從既有的經驗或一個給定的情境中產生新的數學問題，或在解題的過程中，再形成一個數學問題。²⁹ Dillon 將擬題定義為：擬題是解題之後，尋找題目的過程。³⁰

國內學者梁淑坤將擬題定義為：自己想出一個題目來，就是擬題。在擬題的過程中，擬題者會用自己的數學知識和生活經驗把情境、人物、事件、數字、圖形等建立關係並組織起來，擬出一個數學題目。這裡對於擬題、佈題和命題之間的差異，我們必須有所區分。擬題指的多在學習者身上發生，而非教師在設計某種（個）數學題讓學生去解答。教師依教學目標所設計題目稱之為「布題」；若為「考試」而設計題目，則稱之為「命題」。布題和命題不一定是擬題，因為布題及命題者不一定用個人的組織方式去寫出一個題目來，教師可以直接使用課本的現成題目。如：加一個圖；把文字題的故事內容從菜市場改到超級市場；把數目字更改，則有「個人的組織」這些題目，便有擬題的成分了。³¹

綜合上述國內外學者對擬題的定義，研究者將擬題的定義為：學生以自己的數學及生活經驗根據教師所提供的數學問題、擬題策略，自己設計出新的數學問題。

¹Edward A. Silver, "On Mathematical Problem Posing," *For the Learning of Mathematics*, No.1(Feb., 1994), pp. 19-20.

²Dillon, J. T., "Problem finding and solving," *The Journal of Creative Behavior*, Vol.16, No.2 (June 1982), pp.97-111.

³「擬題的研究及其在課程的角色」，教育部台灣省國民學校教師研習會，<http://www.naer.edu.tw/naerResource/study/217/12.htm>。

貳、擬題的類型

擬題類型的分類方式有很多不同的形式，各學者的分類原則亦不盡相同。以下就國內外各個學者的擬題類型分類方式加以探討：

一、坪田耕三 (T s u b o t a) 的擬題類型

在梁淑坤「擬題的研究及其在課程的角色」一文中提到日本小學教師坪田耕三的擬題方法可分為七種³²：

(一) 模仿法或類題法

學習某個問題之後，讓學生擬出和此同樣的題目。

(二) 算式法

提出一個公式，讓學生再擬出適用此公式的題目。

(三) 原理法

給予四則算法和通分等原理，讓學生擬出和此運算法或原理相對的題目。

(四) 訂正法

擬出一個題目，在其中故意漏掉必要的條件，或是給予其他不必要的條件，也可擬出矛盾條件而讓學生訂正後，再擬出一個完整題目的方法。

(五) 實驗法

實驗或以具體東西的操作，再以此事項為根基讓學生擬出問題。

⁴ 「擬題的研究及其在課程的角色」，教育部台灣省國民學校教師研習會，<http://www.naer.edu.tw/naerResource/study/217/12.htm>。

(六) 自由法

以自由開放的題材，讓學生擬出自由型式的问题。

(七) 題材法

給予限定題材，讓學生來擬問題。

二、Silver 的擬題類型³³

(一) 從已給予的題目中，學生再產生新的數學題目。

(二) 學生從既有經驗或情境中再創造出新的題目。

三、Stoyanova 和 Ellerton 的擬題類型³⁴

(一) 結構 (structure) 的情境

學生可以利用現有的題目加以改變，擬出新的題目。

(二) 半結構 (semi-structure) 的情境

學生利用先前學習過的數學知識、技巧、概念以及關係連結，完成一個完整結構問題。

(三) 自由 (free) 的情境

讓學生在自然情境下自由發揮。

四、Reitman 的擬題類型

⁵Edward A. Silver, "On Mathematical Problem Posing," pp.20-23.

⁶Stoyanova, E. & Ellerton, N. F., "A framework for research into students' problem posing in school mathematics," presented for *Technology in mathematics education: the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA)* (University of Melbourne : proceedings of the 19th annual conference), pp. 518-525.

Reitman (1965) 將擬題题目的結構分為四種情況，如下表 2-1：

表 2-1 Reitman 的擬題活動類型與結構

結構 類型	已知 (Given)	目標 (Goal)	
1	○	○	「○」為定義清楚 「×」為未定義清楚
2	○	×	
3	×	○	
4	×	×	

資料來源：梁淑坤，「擬題的研究及其在課程的角色」，教育部台灣省國民學校教師研習會，
<http://www.naer.edu.tw/naerResource/study/217/12.htm>

Reitman 把題目分為結構題(Structured Problem)與瑕疵結構題(III-structured Problem)。如果一個題目能夠有清楚的物件、運算元素以及目標，就可以稱為結構題，即第一類型的題目。目前學生在課堂上所使用的課本和習作或評量試卷上出現的題目，在題目中有已知的資料和清楚的目標，學生可根據已知的資料用解題方法將目標找出來，即為第一類型題目；而如果一個題目只有已知或目標條件其中一項得知，另一項未知，上述表中第二、三、四類型即為瑕疵結構題。如果我們將第二、三、四類型視為教師佈題的題材，或作為學生上課或課後的活動，學生利用自己的數學知識和生活經驗，將瑕疵結構題用自己的組織寫成結構題，就是擬題了。³⁵

⁷ 「擬題的研究及其在課程的角色」，教育部台灣省國民學校教師研習會，
<http://www.naer.edu.tw/naerResource/study/217/12.htm>

五、梁淑坤的擬題類型

梁淑坤根據教育部公佈之國小數學課程標準所訂定的內容，自行編製了一套擬題的評量工具。在擬題的教材中，將擬題類型分為算式、文字、圖表、解法、答案和題目六大類³⁶：

(一) 算式類

給一個算式，讓學生依據這個算式擬出題目來。

(二) 文字類

呈現一段文字的敘述，讓學生依據此段文字敘述中所給的條件，再擬出題目來。

(三) 圖表類

給一個圖表，讓學生依據圖表擬出一個跟圖表內容相關的題目。

(四) 解法類

規定一種運算方法，如「因數與倍數」，讓學生依據此規定，擬出能運用此運算方法的題目。

(五) 答案類

給予一個答案或一組計算過程，要求學生擬出符合規定的題目。

(六) 題目類

給一個題目，要求學生解出此題目後，再依據此題目擬出一個新的題目來。

上述各學者的各種擬題類型，研究者分別以Stoyanova和Ellerton的架構為主軸，依其結構性、半結構性及自由情境三種類型做綜合的分析比較，見下表2-2。

³⁶ 康滋容，*擬題活動對國小二年級學生解題能力和擬題能力的影響*，頁9。

表 2-2 各種擬題類型分析比較

學者	類型 結構性	半結構性	自由情境
Reitman (1965)	1.已知、目標均已定義清楚。	2.已知已定義清楚，目標為未定義清楚。 3.已知未定義清楚，目標已定義清楚。	4.已知、目標均未定義清楚。
坪田耕三 (1987)	1.模仿或類題法。	2.算式法 3.原理法 4.訂正法 5.實驗法 7.題材法	6.自由法
Silver (1994)	1.從已給予的題目中，學生再產生新的數學題目。	2.學生從既有經驗或情境中再創造出新的題目。	
Stoyanova & Ellerton (1996)	1.結構的情境。	2.半結構的情境。	3.自由的情境。
梁淑坤 (1997)	6.題目題	1.算式類 2.文字類 3.圖表類 4.解法類	5.答案類

由上表可知進行擬題的方式有多元性的選擇，數學的任何單元幾乎都能將擬題方式應用於教學上，但並不表示任何一種擬題方式皆適用於任何單元，須依照教學單元教學目標，從中選取合適的擬題方式，透過擬題活動才能讓學生達到單元教學目標的要求。

由於學生對事物的學習，都需經由具體運思、半具體運思，最後才能進入抽象的運思，因此研究者考量「因數與倍數」為現階段孩子所未接觸過的抽象概念，故在擬題教學活動中，決定以方法簡單易學的結構性擬題策略融入教學，採用梁淑坤的題目法為擬題教學之用。

參、擬題與解題的相關性

波蘭數學家Polya在他所著「如何解題」(How to Solve It)一書中，提到解題的過程共有四個階段(如下圖2-1)：了解問題(Understand)→擬定一個計劃(Plan)→執行計劃(Carry Out)→驗算與回顧(Look Back)³⁷。解題者在解題之前，必須先認識問題，進一步了解問題，知道題目的未知數和已知數之間的關係，及有哪些欲達成的目標的解題計劃，才能接著按計畫進行實際的解題；解題之後，解題者要檢查每一個步驟是否按照題意及計畫解題，並思考是否有更好的解題策略或方法，或是可將此解題方法運用去解決其他問題。

³⁷蔡坤憲譯，George Polya，怎樣解題(How to solve it)(台北：天下遠見出版社，2006年)，頁36-47。

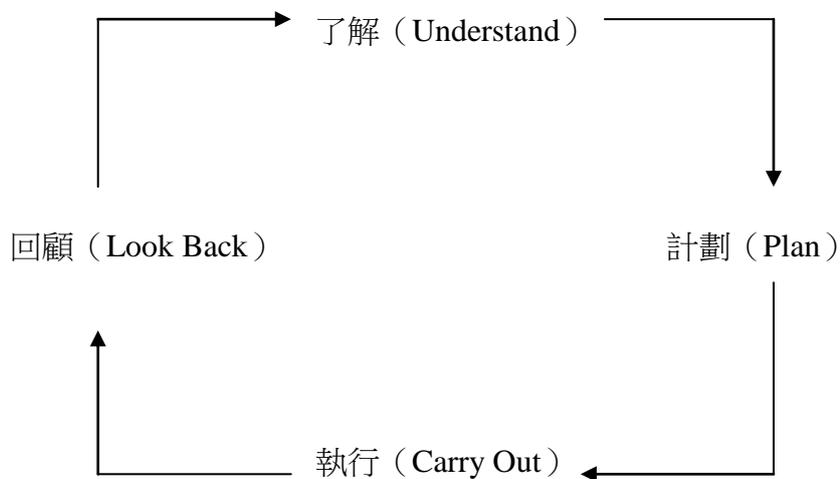


圖 2-1 Polya (1945) 的解題歷程

資料來源：蔡坤憲譯，George Polya，怎樣解題 (How to solve it) (台北：天下遠見出版社，2006年)，頁 36-47。

國內學者梁淑坤認為解題者為何先要了解題目？因為解題者在解答別人擬好的題目，如果解題者也是擬題者，不但當然清楚題目的內容，也就可以馬上做策劃的功夫，而且在解題時也許會想出新的題目來，然後再策劃、再解題。再解題後又可將所得結果整理後再擬出新的題目來，這樣下去，可以變成永無休止的擬題和解題活動。故其根據Polya的解題模式，將擬題取代了「理解」階段，而「回顧」階段可再擬出其他題目來，若有動機去解再次擬出的題目，則要再次策劃及實行了，如此而成為擬題四步驟，如下圖2-2：³⁸

¹⁰ 「擬題的研究及其在課程的角色」，教育部台灣省國民學校教師研習會，<http://www.naer.edu.tw/naerResource/study/217/12.htm>。

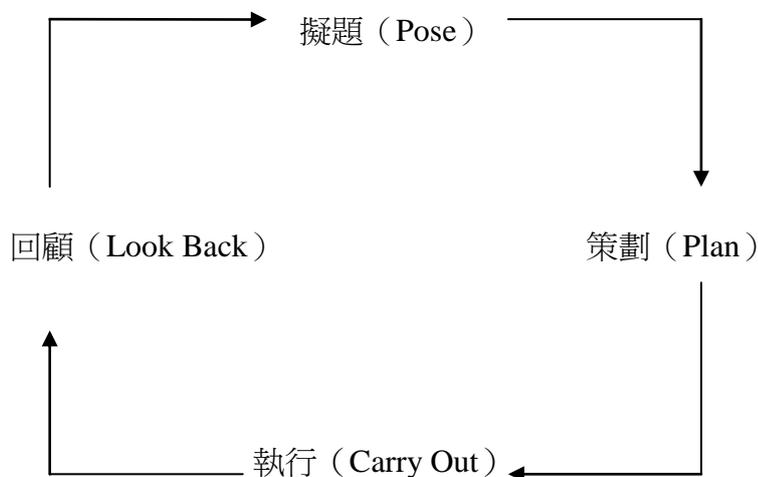


圖 2-2 梁淑坤擬題四步驟

資料來源：梁淑坤，「擬題的研究及其在課程的角色」，教育部台灣省國民學校教師研習會，
<http://www.naer.edu.tw/naerResource/study/217/12.htm>

由此可知，透過由學生自己創造的問題，自己動手去做，不但能激起學生相當大的好奇心，還讓學生有更完整的數學經驗。³⁹

肆、擬題教學的歷程

由於不同學者所提出擬題教學活動的方式亦不盡相同，故將相關教學流程分別敘述如下：

一、Brown & Walter的擬題教學歷程

Brown & Walter的擬題教學應有五個階段⁴⁰：

(一) 階段0：選擇起點 (Choosing a Starting Point)

這個起點可以是一種教材，也可以是一個數學定理。

¹¹ 蔡坤憲譯，George Polya，怎樣解題 (How to Solve It)，頁 107。

¹² Stephen I. Brown, & Marion I. Walter, "Problem Posing in Mathematics Education," *Questioning Exchange*, No.2 (1983), pp. 121-131.

(二) 階段1：列出屬性 (Attribute Listing)

這個屬性是根據階段0的起點而來，無論這些屬性合不合乎邏輯性，都給予保留，因為不合邏輯的題目也可能產生新的問題。

(三) 階段2：假如不是 (What if not-ing)

此階段是將階段 I 的屬性，再創造一個新題目。

(四) 階段3：問問題或擬題 (Question Asking or Problem Posing)

將屬性改變之後，會產生新的屬性，但仍尚未形成一個完整的題目，必須將這些新屬性藉著問「假如不是會如何」之後，再經過有效的統整，才能形成新的題目。

(五) 階段4：分析題目 (Analyzing the Problem)

題目形成後，接下來就是解題。將題目分析完，可以再改變屬性，再創造新題目。如此一來，擬題、解題、擬題……，就可依序循環下去。

二、坪田耕三的擬題教學歷程

坪田耕三的擬題教學三階段論，將擬題的教學流程分為原題的解決、擬題的活動、解答所擬出的問題三個階段，其教學流程如圖2-3。他認為教師在進行擬題教學時，必須經過以下的階段⁴¹：

(一) 第一階段

- 1.知道擬題的精神
- 2.知道擬題的優點、缺點
- 3.知道擬題的具體實例
- 4.針對擬題提出疑問

(二) 第二階段

⁴¹陳淑芳，擬題活動融入小數乘除問題補救教學之研究～以受暗隱模式影響之迷思概念為例（屏東：國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，2006年），頁17-19。

- 5.掌握擬題教學的全部流程
- 6.選擇原題
- 7.試著預測小孩子可能作的題目
- 8.試著寫出教學企畫案
- 9.試著實踐教學

(三) 第三階段

- 10.試著分析小孩子的反應
- 11.試著和自己目前的教學作比較
- 12.對採用擬題教學做出反省

他也認為學生擬出的題目是多元的，教師在教學中對於學生所擬出來的題目必須加以處理，因此提供了六種方式來處理小孩子所擬出來的題目：

- (一) 討論擬出的問題和原題之間的差異。**
- (二) 分類那些擬出來的問題。**
- (三) 考慮有無解答。**
- (四) 修改不完備的問題。**
- (五) 讓先前的問題一般化。**
- (六) 舉出相反的問題，使問題的結構更清楚。**

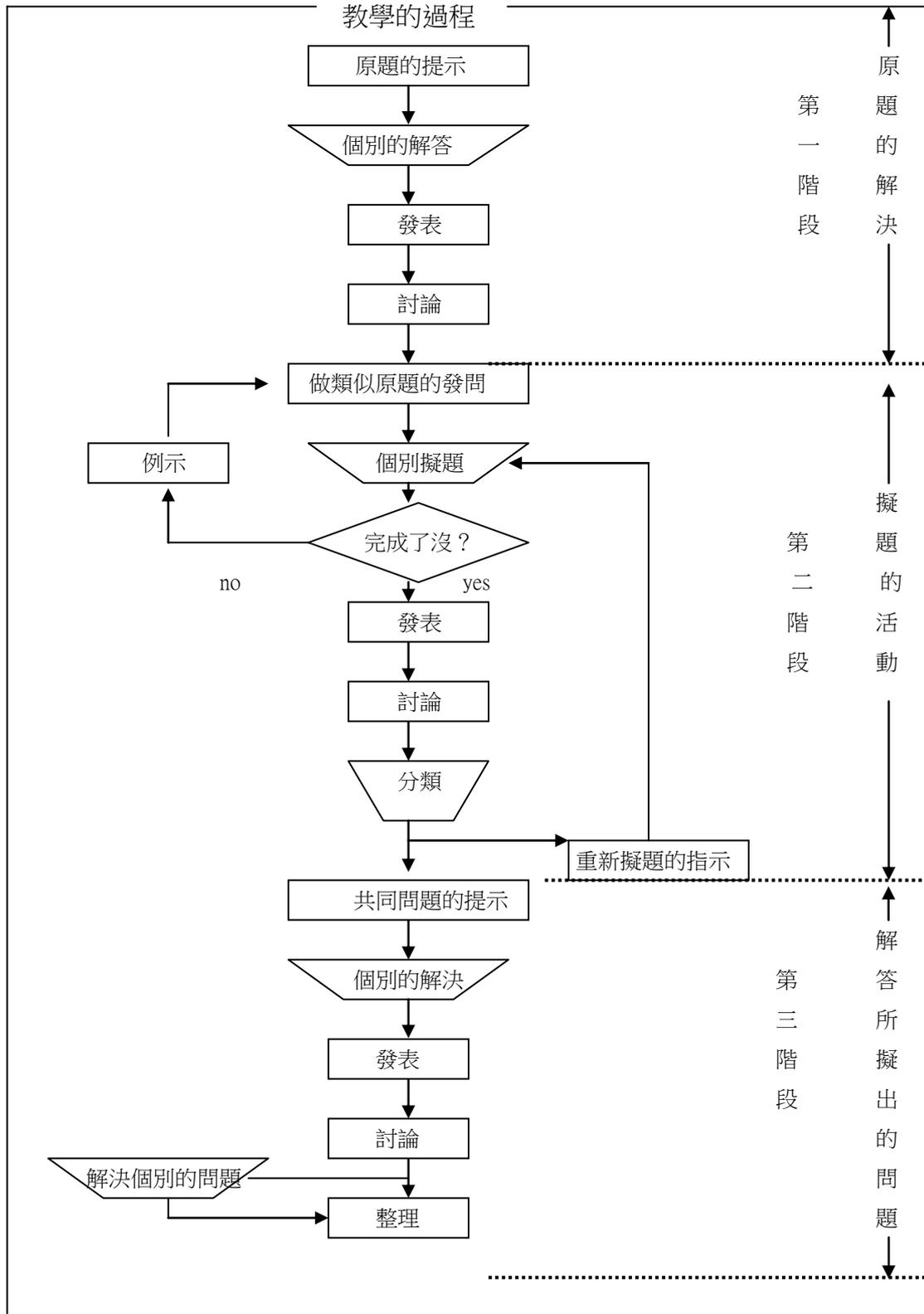


圖 2-3 坪田耕三擬題教學流程圖

資料來源：陳淑芳，擬題活動融入小數乘除問題補救教學之研究～以受暗隱模式影響之迷思概念為例（屏東：國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，2006年），頁19。

第二節 情境認知學習理論的內涵與教學上的應用

壹、情境認知學習理論的概念

情境認知學習理論的內容所包含重要概念有六項，分述如下：

一、情境與真實活動

學習的目的在於使個人有能力處理未來生活中所面臨的複雜問題，學習才具有意義與應用價值。而認知與學習只有在特定的情境中才能產生意義，因為知識的意義構成本身便涵蘊在世界之中，無法獨立於產生的情境之外⁴²，所以真實情境學習活動是學習發生與進行時的必要條件，讓個人將外在事件儲存於記憶中形成內在表徵，而這些具有線索指引功能（Indexical）的內在表徵，有助於未來記憶工作的提取⁴³。

學習活動的真實性，區分成兩類⁴⁴：

（一）物理真實性（Physical Fidelity）

是指在實際的情境當中進行學習，例如是在銀行實習或者去雜貨店購物。

（二）認知真實性（Cognitive Fidelity）

強調專家或專業人員從事其專業活動的真正過程，例如數學家的解題思考過程、作家的寫作思考歷程，以及專業讀者的閱讀方式。

二、實踐與行動

認知、學習與實踐及行動是連結在一起的，學生學習得到的內容與其所用的學習方法密不可分。而透過實踐與行動，人們可以增進知識本身及其應用世界明確性與暗隱性理解，並使學習成為一種持續性的發展歷程⁴⁵。

¹⁴ 黃永和，**情境學習與教學研究**（台北：國立編譯館，2009），頁 71。

¹⁵ 張新仁 方吉正，**學習與教學新趨勢**（台北：心理出版社，2003），頁 361。

¹⁶ 張新仁 方吉正，**學習與教學新趨勢**，頁 362。

¹⁷ 黃永和，**情境學習與教學研究**，頁 72。

三、實務社群 (Community of Practice)

學習具有多樣性，智慧、知識以及專門技術並非集中在某一個人身上，所以學習者認知和學習的對象和內容，也是分布在實務社群中的每個人身上⁴⁶。實務社群包含了參與其中的人、社群中所進行的活動，以及社群所在的社會文化⁴⁷。

四、參與與涵化

涵化 (Enculturation) 就是個體從實務社群的周邊參與與逐漸朝向完全參與，在此過程中，成員學習行業術語、模仿行業行為，到逐漸表現出符合文化規範行為的學習過程⁴⁸。知識存在於實務社群之中，學習涉及對某一實務社群的參與或接受某一實務社群的涵化，透過引導性參與與涵化的歷程，學習者與他人互動，幫助個人了解問題情境，不但引導問題解決方向與步驟，更幫助個人逐漸負擔起問題解決的責任。⁴⁹

Brown 等人認為涵化的學習歷程其目的不在於要學生成為專家，而是強調學生所需要的是一個真實的活動情境，在此環境中，教師扮演實踐者的角色，並使用工具（即知識）來處理這個問題，這樣的方式或許不夠逼真，但卻有助於學生習得文化中的工具。⁵⁰

五、工具與器物 (Artifact) 中介

知識即工具，知識與工具都具有一些相同的特性，例如透過知識（工具）了

¹⁸張新仁 方吉正，學習與教學新趨勢，頁 363。

¹⁹J. Lave, & E. Wenger, *Situated Learning : Legitimate Peripheral Participation* (New York : Cambridge University Press, 1991) , p.98.

²⁰張新仁 方吉正，學習與教學新趨勢，頁 365。

²¹Barbara Rogoff, *Apprenticeship in Thinking : Cognitive Development in Social Context* (New York : Oxford University Press, 1990) , p.191.

²²J. S. Brown, A. Collins, & P. Duguid, "Situated Cognition and the Culture of Learning," *Educational Researcher*, Vol.8, No.1 (1989) , pp.33-34.

解知識（工具），改變使用者對文化所持有的信念⁵¹。認知依賴各種不同工具與人為器物（包括語言）的使用，人們主動藉由文化器物與工具的協助，與他人進行聯合或夥伴的思考關係，則會對他所使用的工具（即知識）及其文化有豐富、深刻的了解；反之，如果學習知識而不知如何使用，即所獲得的便是「僵化的知識」（Inert Knowledge）。⁵²

六、動機與認同發展

學習不只產生了認知與智能上的改變，以及社群參與形式的不同，還涉及了自我價值的轉變，個體會隨著參與實務社群、實踐、器物等能力的增加而逐漸發展動機與認同。⁵³

總之，情境認知學習理論是屬於一種系統論（Systemism），情境認知學習的所有概念（包括個體、情境、實務社群、工具與器物、動機與認同、實踐與行動、參與與涵化等）都是由一個彼此關聯、相互作用的要素或概念所組成系統，這種系統觀「處理整體而不流為整體論，研究個別元件而不流為個別主義，進行分析但不成為激進的化約論」⁵⁴。

貳、情境認知學習的相關理論

一、「合法周邊參與」（Legitimate Peripheral Participation）理論

Lave 和 Wenger（1991）根據多年人類學的研究觀察，所建構的情境認知學習理論。該理論是以「合法周邊參與」來描繪現實生活中的學習歷程，再以「實務社群」來代表現實生活中學習發生的場域，也就是在實務社群的環境中，每個

²³ 張新仁 方吉正，學習與教學新趨勢，頁 364。

²⁴ J. S. Brown, A. Collins, & P. Duguid, "Situated Cognition and the Culture of Learning," p.33.

²⁵ 黃永和，情境學習與教學研究，頁 72。

²⁶ Mario Bunge, *Finding Philosophy in Social Science* (Connecticut: Yale University Press, 1996), p.281.

人都是以合法周邊參與的過程來進行學習。其主要概念分述如下⁵⁵：

（一）合法周邊參與

「合法周邊參與」是 Lave 和 Wenger 學習理論的核心概念，說明日常生活實務的學習過程，例如裁縫學徒制、接生學徒制、海軍掌舵士官等等。「合法周邊參與」組合了學習過程中的三個概念：「參與的合法性」（Legitimacy Of Participation）、「周邊參與」（Peripheral Participation）、「合法的周邊地位」（Legitimate Peripherality）。

1、參與的合法性

是指個人要參與某一個社會實務社群中，必須先取得正式加入的資格。

2、周邊參與

是指當個人具有「參與的合法性」後，新進人員通常是處在社群的周邊地位開始參與。因此，剛開始只能學習一些簡單的實務技能。

3、合法的周邊地位

合法的周邊地位涉及社會結構中複雜的權力關係。如果成員的地位朝向較密集的「完全參與」（Full Participation），則此「合法的周邊地位」是一個賦權（Empowering）的位置；反之，如果成員的地位是在一個無法朝向較完全參與的位置，則此「合法的周邊地位」是一個卸權（Disempowering）的位置⁵⁶。簡單說，並不是每個成員都能從「周邊參與」逐漸朝向「完全參與」，必須視成員所處的「合法的周邊地位」是否被賦予權力。⁵⁷

（二）實務社群（Community Of Practice）

實務社群包含了參與其中的人、參與的活動，以及社會文化層面。以西非的裁縫學徒制為例，在參與的人方面，包括師傅、技工、學徒，以及生產販賣流程

²⁷張新仁 方吉正，學習與教學新趨勢，頁 349-356。

²⁸黃永和，情境學習與教學研究，頁 56。

²⁹張新仁 方吉正，學習與教學新趨勢，頁 350。

相關的人等；在參與的活動方面，包括縫製衣服、買賣、訊息流通等；在社會文化方面，包括器物（衣服的樣式、各項裁縫工具、買賣的單據等）、行為（稱呼方式、術語、裝扮方式等）、儀式（入門、會議、買賣），以及制度（升遷、行規、生產販賣流程、決策機制等）。⁵⁸

因此，新進成員在實務社群當中的學習資源具有「非集中」（Decentering）與「結構性」（Structuring）特徵，也就是指學習資源並非集中在特定一位專家身上，而是分布在整個實務社群的組織當中，且成員之間建立階層的結構性關係，可能是學徒間訊息流通或者相互教導與模仿的平行關係，可能是專家或資深成員的示範與指導的垂直關係。⁵⁹

二、「觀察社會文化活動的三個面向」(Observing Sociocultural Activity On Three Planes) 理論

Barbara Rogoff (1995) 主張研究社會文化活動應透過社群（學徒制）、人際間（引導的參與）、個人（透過參與據為己有）三個層次來進行觀察，才能獲得通盤的了解。

（一）學徒制 (Apprenticeship)

「學徒制」是將知識與技能的學習嵌入於其社會與所運作的情境脈絡中，著重社群層次的分析面向，包括社群中進行的活動以及社群的文化。在活動部分，主要探討其目的與價值；在文化部分，則是著眼於工具、資源和限制等。以技藝學徒制概念為例，不單只是傳統技藝學徒制的組織活動，還將其他文化組織的活動，如工作、學校教育及家庭關係都包含在內。⁶⁰

³⁰張新仁 方吉正，*學習與教學新趨勢*，頁 352。

³¹J. Lave, & E. Wenger, *Situated learning : Legitimate peripheral participation*, pp.91-94.

³²Barbara Rogoff, *Sociocultural Studies of Mind* (Cambridge : Cambridge University Press,1995) , pp.142-144.

（二）引導的參與（Guided Participation）

「引導」（Guidance）是指文化價值和他人所提供的方向指引，可能是外顯或內隱的、面對面或距離遙遠的人、事、物。「參與」（Participation）則是指在活動中進行觀察和積極實際（Hands-on）的投入。當兩者結合時，「引導的參與」就是指當人們在參與具有文化價值的活動時，人與人之間彼此互相溝通與協調的過程和系統。⁶¹

（三）透過參與據為己有（Participatory Appropriation）

是指個人在參與活動時，逐漸提升個人的知識與技能，並且在未來的活動中，逐漸擔負更重要的工作與責任。⁶²據為己有強調個人是社會情境中的一分子，在主動參與社會中的情境活動後，不只改變自己的能力，也影響情境中後續事件的發展。認知發展不是靜態的、被動的，個體知識獲得的結果，而是一種動態的、主動的，大家共同參與的過程。

參、情境認知學習理論在教學上的應用

一、認知學徒制（Cognitive Apprenticeship）

Collins、Brown 與 Newman（1989）基於情境認知學習的理念，萃取傳統學徒制的優點，提出了「認知學徒制」的教學架構，彌補當前學校教育知識學習與情境分離的缺點。

（一）傳統學徒制度的特點

1、「概念模式」（Conceptual Model）的提供

「概念模式」提供學徒一種前導組織（Advanced Organizer），透過觀察、接受教導（Coaching）與練習（Practice）等學習方法的交互作用，讓學徒可以將更多的注意力集中在重要技能學習；在教導互動之中，概念模式提供學徒一個解

³³Barbara Rogoff, *Sociocultural Studies of Mind*, p.142.

³⁴Barbara Rogoff, *Sociocultural Studies of Mind*, p.150.

釋結構，學徒理解來自於師傅專家的回饋、更正與暗示；在獨立練習的期間，概念模式提供學徒一個內在指引，引導學習者逐漸趨近於專家。概念模式會隨著學習者將自己表現與專家的表現進行比較分析，在不斷的觀察與回饋而有更新的發展與更新，臻至於具有專家能力的境界。⁶³

2、學習發生的「社會情境」(Social Context)

許多重要的學習要素都存在於大部分成員參與的次文化(Subculture)之中。學徒經常會和好幾個專家接觸，不只可以精煉他們對複雜技能的理解，更可藉由這些豐富性與變異性的專業知識，讓其了解到執行一項任務的多種做法，並且體認到沒有任何一個人可以擁有所有的知識或專業技能。此外，學習者也有機會去觀察技能熟練程度不盡相同的同儕，有助於了解整個學習發展歷程，並預見自己下一階段的具體學習指標。⁶⁴

(二) 將傳統學徒制度的特點應用於以認知學習為主的學校教育中

1、知識的情境脈絡化

認知學徒制的主要目的在教導學生學習專家處理複雜任務的過程，因此對於概念性與事實性的知識學習，必須被具體示例與情境化在學生的學習之中，強調知識在問題解決與任務執行中使用情形。⁶⁵

2、認知與後設認知(Metacognitive)技能與歷程的學習

傳統學徒制的學徒倚賴觀察為學習概念的主要方法，而認知學徒制則強調在認知與後設認知技能與過程的學習，有別於身體技能的學習。因此，學徒將方法應用到認知技能時，必須將內在的歷程外在化(Externalization)，亦即教學歷程須有機會讓學生在教師與其他同儕協助之下觀察、演示或練習。藉由「生手與專家交替執行」(Alternation Between Expert And Novice Effort)，讓學生敏銳觀察專家表現細節，並作為漸進調整自己表現的基礎；透過記錄工具(如錄影帶)「重

³⁵ 黃永和，*情境學習與教學研究*，頁 75。

³⁶ 黃永和，*情境學習與教學研究*，頁 76。

³⁷ 黃永和，*情境學習與教學研究*，頁 72。

點回顧」(Abstracted Replay)的方法,讓學生直接觀察與比較自己與專家表現差異部分。⁶⁶

二、錨式教學 (Cognition and Technology Group at Vanderbilt, CTGV)

錨式教學由美國「Vanderbilt 認知與科技小組」所發展出來的。透過具有豐富訊息的影碟情境,讓學生從複雜的情境中找出問題所在,運用所學設法解決問題。過程中,學生有機會運用其知識於真實情境問題中,並經驗到實際問題常有多種不同解決方法。

三、學習社群 (Learning Community)

(一) 學習社群定義

Wilson 從「人際互動」與「相互支持」的角度對學習社群定義:「學習社群乃一起合作執行學習方案或計劃(Agendas)的成員,不只彼此相互支持學習,同時也從環境中獲得支持與學童」⁶⁷。

Barth 從「主動學習」的角度對學習社群定義:「一個學生與成人同樣從事主動學習者的處所,每個人都重視主動學習,並且藉此相互鼓勵促進彼此的學習」⁶⁸。

Myers 與 Simpson 從「文化情境」的角度對學習社群定義:「一種文化情境。在此文化情境中,每個人都從事於學習,每個個體都屬於整個群體的一部分,而且每個參與者都必須為自己的學習與所有人集體的學習負擔責任」⁶⁹。

(二) 學習社群特性

Bielaczyc 與 Collins (1999) 將學習社群的特性分為八個層面:⁷⁰

³⁸黃永和, *情境學習與教學研究*, 頁 77。

³⁹B. G. Wilson, *Constructivist Learning Environments : Case Studies In Instructional Design* (NJ : Educational Technology, 1996), p.5.

⁴⁰R. S. Barth, *Improving Schools From Within* (San Francisco : Jossey-Bass, 1990), p.9.

⁴¹C. B. Myers, D. J. Simpson, *Re-Creating Schools : Places Where Everyone Learns and Likes* (Thousand Oaks, CA : Corwin, 1998), p.2.

⁴²K. Bielaczyc, A. Collins, *Instructional-design Theories and Models (volume 2)* (NJ : Lawrence

1、就社群目標而言

學習社群的目標在培養一種學習文化，使得個體及社群都能「學習如何學習」（Learning How to Learn），能藉由他人的分享或分享自己的學習歷程，學習如何整合不同觀點、以不同的方法解決問題。強調不同專精知識（Expertise）與問題解決能力的教室學習文化，不同於傳統教室中所培養出的「在相同時間獲取相同知識」的學習文化。

2、就學習資源而言

學習社群的教室與其他類型的教室都會運用教室外的學習資源，但不同於一般教室的是，強調社群成員對於運用外部資源的學習與歷程的分享，這些學習社群的成員、同儕，及社群的集體知識與技能都被視為重要的學習資源。

3、就學習活動而言

學習社群的學習活動必須基於二個原則：（1）可以促使個人知識發展，及集體知識的建構；（2）可以使學習歷程明晰可見（Visible and Articulated）。因此，教室本位學習社群所使用的學習活動包括有：個別與小組式專題研究、全班式討論、跨年級的教導（Cross-age Tutoring）、合作創作、發表習得的内容與習得的方法，及協同解決問題（即每人負責一項特定的任務，結合這些任務而達到共同問題解決目的）。

4、就知識的理解與發展而言

學習社群著重於個人專精知識（Expertise）與社群集體知識（Collective Knowledge）的深度與交互發展。個人為了發展專精知識，必須對自己研究的主題内容有深度的了解，而個體在社群中分享其所習得的知識，引導個體進一步探求專精知識，如此，個體知識與集體知識存在著一種循環的交互支持與發展歷程。

5、就言談的形式與功能而言

學習社群中的言談扮演著中介的角色，透過不同來源的知識的交互作用，或是社群成員之間共同建構與協商而產生的共同語言，用來傳達觀念與實務的相互

溝通，用來明晰（Articulated）學習歷程、計劃、目標與假定的方法。這與一般教室中，教師與教科書決定了教室的使用語言，言談主要發生在教師與學生之間，將知識傳授給學生，並藉由問問題來檢測學生知識獲取的方式大不相同。

6、就教師的角色與權力關係而言

學習社群教師的角色在組織與促發學生自我導向（Self-directed）的學習活動，當學生已能從自己或他人的學習中肩負更多責任時，教師權力關係便逐漸轉移到學生身上。

7、就學生參與與認同而言

學生在社群中所扮演的角色（即中心的或周邊的角色）與地位（即受其他成員所接受的程度），是決定其自我認同的重要因素。在學習社群教室中，所有的成員都可以在社群的共同目標下，可以發展自己感到興趣的專精知識，因此也都有機會扮演社群中的中心角色，因而其自我認同、珍視差異與尊重他人的觀念得以建立與發展。而社群成員之間專精知識的共享，也可凝聚出「社群認同」（Community Identity），發展「我們是誰」（Who We Are）的社群意識。

8、就學習結果而言

在學習社群中，不同於一般教室採用的個人或小組的短期作業，其成員以長達數個月的時間探索與發展學習結果（Product），並一起合作共同完成作品（Artifact）與表現（Performance）。

肆、學習社群教室與傳統教室的差異

在傳統教室中，學生是被動的訊息接收者，接受來自於教師、教科書或其它媒體所傳遞的明知識（Wisdom），提供學生反覆練習的練習卷或編序學習（Programming）的資訊媒體⁷¹，藉由單純的傳統測驗測量學生對學習內容的記憶；在學習社群教室中，學生從事自我反省與批判性的探索，在某種程度或範圍內，還可以決定自己想要專門研究的知識主題，並善用資訊科技，使其成為探究

⁴³ 黃永和，*情境學習與教學研究*，頁 93。

學習、自我反省，及與他人互動溝通的學習工具。因此，學習社群教室與傳統教室的差異，不是一種「重新布置傢俱」⁷²形式上的改變，而是一種文化的改變與內化學習的轉移。

第三節 國小因數與倍數內容分析

壹、教材地位

民國92年修訂的九年一貫課程綱要的數學領域中，明確指出國小五年級學童對因數、倍數、公因數與公倍數所應具備的學習能力。其中能力指標編號N-2-04⁷³中的分年細目詮釋5-n-03⁷⁴指出學童要「能理解因數、倍數、公因數與公倍數」，透過以前學過的「幾個一數」（能力指標分年細目1-n-07）、「九九乘法」（能力指標分年細目2-n-08）為前置經驗，知道兩整數的乘積一定是此兩數的公倍數，並以列表的方式，尋找兩數的公因數與公倍數，理解因數、倍數的概念。其與前置經驗及後續發展教材的概念關係如下圖2-4。

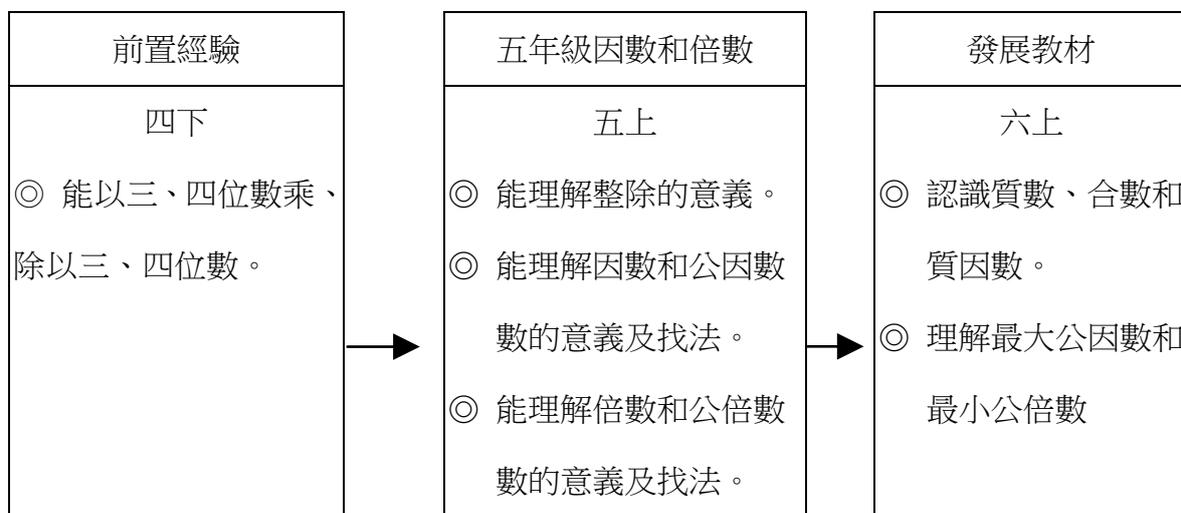


圖 2-4 因數和倍數的教材概念圖

⁴⁴L. Miller, *International Handbook of Educational Change (Part One)* (Dordrecht : Kluwer,1998) , p.529.

⁴⁵92 課程綱要中數學領域將九年國民教育區分為四個階段：階段一為一至三年級，階段二為四、五年級，階段三為六、七年級，階段四為八、九年級，將數學內容分為數與量、幾何、代數、統計與機率、連結等五大主題。第一碼表示主題，以字母 N 表示「數與量」；第二碼表示階段，以數字 2 表示第二階段；第三碼則是能力指標的流水號，表示該細項下指標的序號。

⁴⁶分年細目詮釋，第一碼表示年級，以數字 5 表示五年級；第二碼表示主題，以字母 N 表示「數與量」；第三碼則是分年細目詮釋的流水號，表示該細項下指標的序號。

資料來源：南一書局，第九冊數學科教學指引（台北：南一出版社，2012），頁27。

貳、教材內容

一、了解整除的意義

能藉由整數除以整數，商為整數、餘數是0的結果，了解整除意義。

（一）整除的意義

任意兩個整數相除，被除數、除數、商都是整數，餘數是0，叫作整除。

二、了解因數的意義與找法

透過具體給小正方形數排列出長方形、正方形的活動，能把排出活動的情形記錄下來，並比較不同來經驗因數，了解用除法能找出整數的因數及所有的因數。

（一）因數的意義

有甲、乙兩數，當甲數能被乙數整除時，則乙是甲的因數。在整除的算式「被除數÷除數=商」，除數和商都是被除數的因數。

三、了解公因數的意義、找法及應用

能從兩個整數的所有因數中找出相同的因數，從中了解公因數的意義，並解決生活上的問題。

（一）公因數的意義

一個整數是甲的因數，同時也是乙的因數時，這個整數就是甲數和乙數的公因數。

四、了解倍數的意義與找法

透過乘法問題的解題活動，認識倍數的意義，並能察覺倍數有無限多個。亦能從除法的解題紀錄中，了解因數和倍數的關係，進而解決生活中的問題。

(一) 倍數的意義

有甲、乙兩數，當甲數能被乙數整除時，則甲是乙的倍數。在整除的算式「被除數 \div 除數=商」，被除數是除數和商的倍數。

(二) 因數和倍數的關係

因數問題是向內探討組成一個數的單位量，相對而言，倍數問題則是探討以一個正數為單位量，可以生成哪些正數。

五、了解公倍數的意義、找法及應用

能從兩個整數的所有倍數中找出相同的倍數，從中了解公倍數的意義，並解決生活上的問題。

(一) 公倍數的意義

一個整數是幾個整數的共同倍數時，這個整數就是這幾個整數的公倍數。

第四節 擬題融入情境學習的理論應用

壹、擬題教學在研究上的應用

從各家學者的觀點可發現，妥善運用解題、擬題的循環教學，並經由學生發表或討論所擬出的問題類型，不但是擬題教學的重要核心，更是擴展了學生數學概念的基模。

本研究之擬題教學流程採用先解題再擬題，以梁淑坤的題目類為擬題的策略。在解題的過程中先讓學童發現並導正自己錯誤的概念，然後再藉由擬題穩固概念，並根據教師所給條件進行結構性合作擬題，讓學童熟悉擬題，於課後再進行半結構性個別擬題，以瞭解學童的個別學習狀況。

貳、情境學習理論在研究上的應用

綜合各家學者的觀點，本研究之情境教學歷程以認知師徒制為主軸，透過撲克牌的情境遊戲，學習因數與倍數的脈絡關係；更強調學習社群的重要性，藉由小組中的遊戲觀察、擬題演練，生手與專家的交互作用，達到因數與倍數的精熟學習。

第三章 研究設計與實施

第一節 「因數和倍數」教學活動設計

壹、教學架構

本研究的教學活動設計是先以「撲克牌情境遊戲」為主，透過情境遊戲使學童先了解因數再認識倍數的概念，待其對因數和倍數的概念已熟悉後，再以「擬題活動」為輔，以南一版第九冊第二單元的應用題情境延伸，藉由擬題與解擬題的學習單，評量學童對因數和倍數的總結性概念。其教學架構如下圖 3-1。

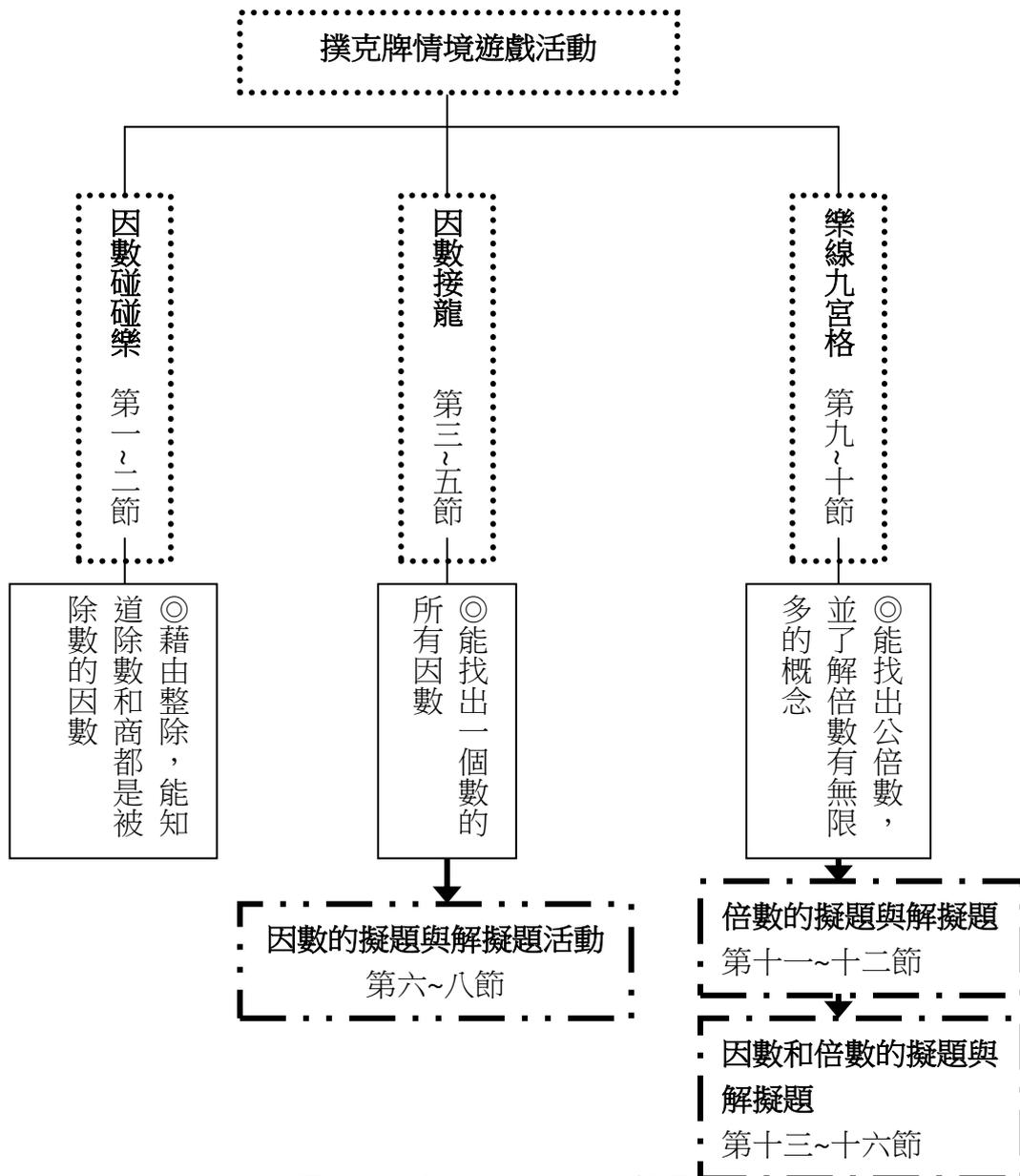


圖 3-1 因數和倍數教學架構圖

貳、教學流程

研究者希望透過一系列「撲克牌情境遊戲活動」，由淺入深的遊戲設計，讓學生察覺因數和倍數的存在與關係；經由擬題教學活動，讓學生能理解因數和倍數文字應用題的意義；利用因數找倍數的活動，了解因數與倍數的特性；在每個活動過程中，藉由學習社群的參與與涵化，將因數和倍數的錯誤迷思改正，真正的行動與實踐學習目標。其教學流程如下圖 3-2。

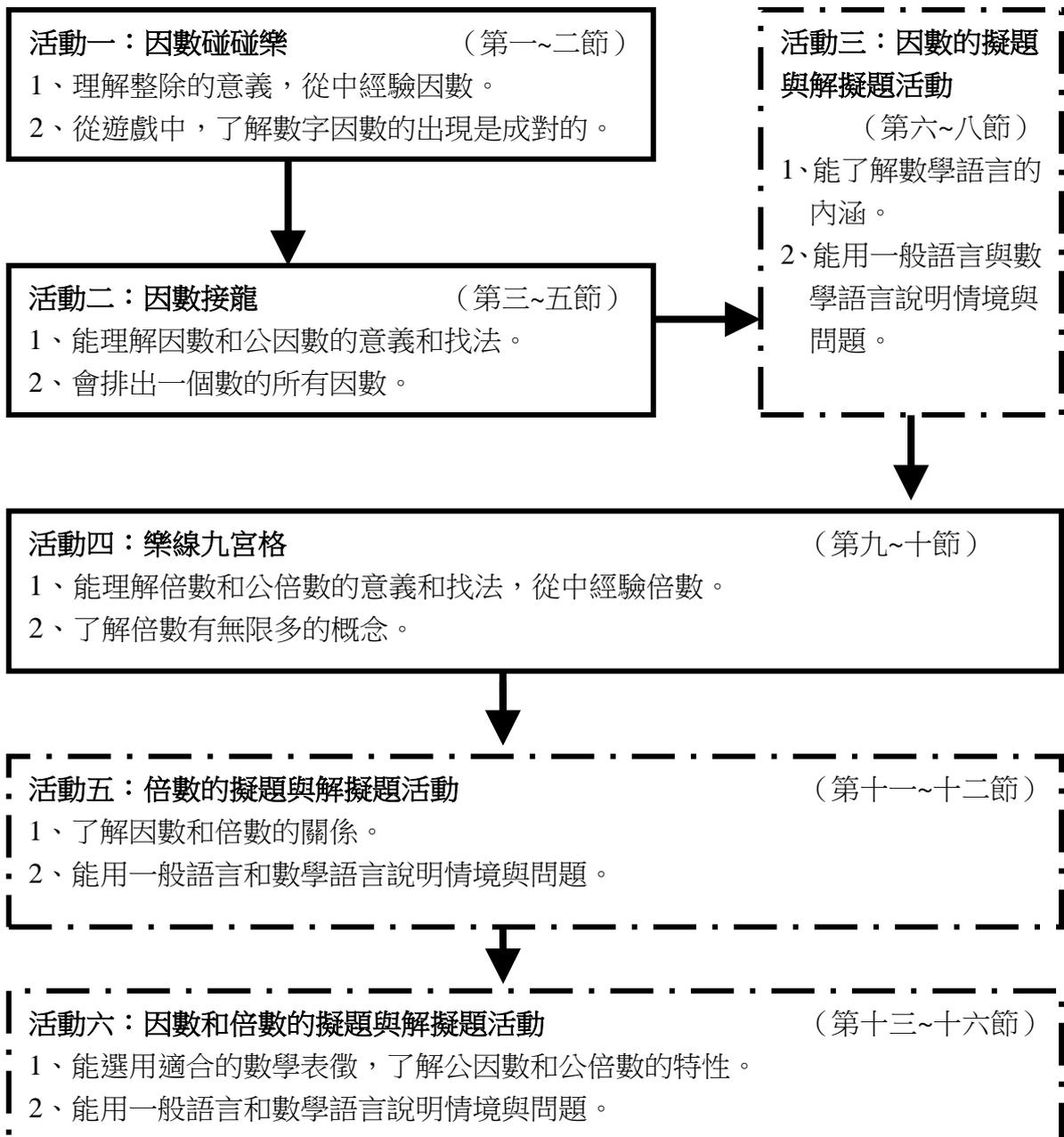


圖 3-2 教學流程圖

第二節 教學活動實施

本研究的教學活動實施如表 3-1，以三個「撲克牌情境遊戲」活動為主，再融入「擬題與解擬題」的活動，循序漸進引導學生進入因數和倍數的學習情境，透過察覺和學習群體的方式，探究因數和倍數的關係。

表 3-1 「擬題融入因數和倍數情境教學」的教學活動

活動主題	擬題融入因數和倍數撲克牌情境教學	教學者	研究者
教學情境 與 教學資源	1、學生分組。準備白板、白板筆。 2、教師大撲克牌（16.8*11cm）5 副、活動學習單。 3、小組競賽計分板、黃綠紅藍黑的圓形小磁鐵。 4、糖果、餅乾、果凍若干個。	教學時間/ 節數	640 分鐘/ 16 節
對應能力 指 標 與 單元目標	N-2-04 能理解因數、倍數、公因數與公倍數。 C-S-04 能運用解題的各種方法：分類、歸納、演繹、推理、推論、類比、分析、變形、一般化、特殊化、模型化、系統化、監控等。 C-T-02 能把情境中數、量、形之關係以數學語言表出。 C-C-01 能了解數學語言（符號、用語、圖表、非形式化演繹等）的內涵。 C-C-06 能用一般語言及數學語言說明解題的過程。 C-C-08 能尊重他人解決數學問題的多元想法。 C-E-01 能用解題的結果闡釋原來的情境問題。		
能力指標	教學活動		觀察重點
N-2-04	活動一：因數碰碰樂 （第一節） （一）遊戲規則講解與示範 老師拿出大撲克牌，向全班說明「因數碰碰樂」的遊戲		

	<p>規則：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1、每組桌上現在必須先將 52 張撲克牌洗牌後，每 13 張一排，共有 4 排，蓋牌排列整齊 2、接著，老師會出一個數字，假設數字為 12。每個人輪流（一次一個人）從桌上的蓋牌中，翻出任意兩張相乘為 12 的牌，不限花色，例如黑桃 2 和紅心 6。 3、如果翻到的牌相乘後並不是 12，就必須再蓋牌回去，換下一位。 4、只要將 12 的牌兩兩成對，湊齊共 6 張牌，並將得到的牌的數字由小到大排好，且在小白板上寫上「12 的因數：1、2、3、4、6、12」，那一組即可獲勝。 5、獲勝的小組可上「小組競賽計分板」上下一顆棋（小組競賽計分板為五子棋設計），連五顆棋可到「愛心樹園」上為自己小組的愛心樹貼上一片葉子。 	<p>◎ 這活動之前，學生已從課本單元中認識因數的定義，因此觀察重點著重在：學生遊戲進行中是否能將成對的因數找出，以做為錯誤糾正。</p>
<p>N-2-04</p>	<p>（二）暖身活動</p> <p>老師講解示範完後，請各組依老師剛剛的說明操作試玩</p>	
<p>C-S-04</p>	<p>一次。待過程中，對遊戲的規則都了解後，便開始競賽遊戲。</p>	<p>◎ 察覺因數是兩兩成對。</p>
<p>C-C-08</p>	<p>（三）正式活動</p> <p style="text-align: right;">（第二節）</p> <p>老師在黑板上寫上數字 10，「因數碰碰樂」的遊戲正式展開。</p> <p>第二次，老師在黑板上寫上數字 9。</p> <p>第三次，老師在黑板上寫上數字 13。</p>	

<p>C-C-01</p> <p>C-S-04</p>	<p>第四次，老師在黑板上寫上數字 8。</p> <p>(四) 老師歸納</p> <p>在經驗三次的「因數碰碰樂」活動後，老師以問問題的方式，引導孩子歸納在遊戲中所「經驗因數」，並透過遊戲再次定義「因數」：一個數的因數必須要能整除這個數，我們可以透過「整除」的過程，發現「除數」和「商」都是因數，且是成對的出現。</p> <p>接著，老師以學生剛才遊戲中找出 10、9、13 的因數，成對的撲克牌歸中，讓學生發現：</p> <p>1、1 是任何數的因數，也是最小的因數。</p> <p>2、數字本身是最大的因數。</p> <p>3、每一成對的因數相乘就是原來那個數字，以 10 為例，在找 10 的因數先從 1 開始，有 1 就有 10；有 2，就有 5；3 不能整除 10；4 不能整除 10；有 5 的因數，但是已經重複了，這表示 10 的因數都找完了。</p> <p style="text-align: center;">活動一 結束</p> <p>活動二：因數接龍 (第三節)</p> <p>(一) 遊戲規則講解與示範</p> <p>老師拿出大撲克牌，向全班說明「因數接龍」的遊戲規則：</p> <p>1、每組先將 52 張大撲克牌平分給每一個人，每個人手中握的牌由數字大到小排列好。</p> <p>2、老師會在黑板上寫出一個數字，例如數字 10。</p>	<p>◎ 學生嘗試發表</p> <p>◎ 能察覺遊戲中因數的規律。</p>
-----------------------------	--	---------------------------------------

<p>C-C-01</p>	<p>3、只要拿到牌數 1 (A) 的人必須先出牌，共會有四排可接龍。</p> <p>4、接著放同花色的牌數 2、同花色的牌數 5、同花色的牌數 10，直到將全部的因數都找出，排成一列。</p> <p>5、找完所有因數後，將找到的因數寫在小白板上，並可在小組競賽板上下一顆棋。</p> <p>(二) 暖身活動</p> <p>老師講解示範完後，請各組依老師剛剛的說明操作試玩一次。待過程中，對遊戲的規則都了解後，便開始競賽遊戲。</p> <p>(三) 正式活動 (第四節)</p> <p>老師在黑板上寫上數字 4，「因數接龍」的遊戲正式展開。</p> <p>第二次，老師在黑板上寫上數字 12。</p> <p>第三次，老師在黑板上寫上數字 6。</p> <p>第四次，老師在黑板上寫上數字 10。</p> <p>(四) 延伸活動 (第五節)</p> <p>1、遊戲規則講解與示範</p> <p>(1) 現在，每組因數接龍的數字再增加一個，共有 2 個數字。</p> <p>(2) 數字分成紅數(紅心和紅桃) 和黑數(黑桃和梅花)，例如紅數 10 和黑數 8。</p> <p>(3) 只要拿到牌數 1 (A) 的人必須先出牌，各有 2 排 1 (A) 和 1 (A) 可接龍。</p>	<p>◎藉由每找不同數的因數，讓學生察覺公因數的定義。</p>
---------------	--	---------------------------------

	<p>(4) 接著放同花色的牌數進行紅數和黑數的因數接龍。</p> <p>(5) 紅、黑兩數的因數都找出後，將紅、黑兩數的因數寫在小白板上，並圈出共同的因數（公因數），再寫下「10 和 8 的公因數：1、2」，即完成找紅、黑兩數的公因數。</p> <p>2、正式活動</p> <p>老師在黑板上寫上紅數 8 和黑數 4，「因數接龍」的遊戲再次延續。</p> <p>第二次，老師在黑板上寫上紅數 6 黑數 12。</p> <p>第三次，老師在黑板上寫上紅數 9 黑數 3。</p> <p>第四次，老師在黑板上寫上紅數 10 和黑數 12。</p>	
C-C-06	<p>(五) 老師歸納</p> <p>藉由遊戲中，1、2 是紅數 10 和黑數 12 的共同的因數，</p>	
N-2-04	<p>再次強調公因數的定義：共同的因數，就是它們的「公因數」。</p>	
	<p>活動二 結束</p>	
C-C-06	<p>活動三：因數的擬題與解擬題活動 (第六節)</p> <p>(一) 教師布題、學生解題</p> <p>教師拿出實體的物 28 個果凍，開始布題：老師有 28 個果凍，可以分給幾個學生，才可以使每個人得到的果凍都一樣多，又可以剛好分完？</p> <p>學生根據老師的布題，透過實體的物實際的分分看，並在白板上寫下所有可能的答案。</p>	<p>◎觀察學生是否能運用因數的定義，解決生活情境問題。</p>

C-T-02	<p>(二) 結構式擬題</p> <p>請學生依老師提供的擬題情境、策略擬題。依據老師剛剛所布的題，更改已知條件（老師有 18 個果凍），保持未知條件（使每個人得到的果凍都一樣多，又可以剛好分完），擬出一個新題目，寫在小白板上。教師巡視學生擬題的情形。</p>	
C-S-04	<p>(三) 解擬題</p> <p>1、全班一起討論同學擬出來的題目不可行、合不合理、能不能解。</p> <p>2、請學生解同學擬的題目。</p>	
C-E-01	<p>3、請學生上台發表、全班討論。</p>	
	<p>活動三：因數的擬題與解擬題活動 (第七節)</p> <p>(一) 教師布題、學生解題</p> <p>教師拿出實體的物 16 塊餅乾，開始布題：老師有 16 個果凍，可以分給幾個學生，才可以使每個人得到的餅乾都一樣多，又可以剛好分完？</p> <p>學生根據老師的布題，透過實體的物實際的分分看，並在白板上寫下所有可能的答案。</p>	<p>◎觀察學生是否能運用因數的定義，解決生活情境問題。</p>
C-T-02	<p>(二) 結構式擬題</p> <p>請學生依老師提供的擬題情境、策略擬題。依據老師剛剛所布的題，更改已知條件（老師有 16 塊餅乾），保持未知條件（使每個人得到的餅乾都一樣多，又可以剛好分完），擬出一個新題目，寫在小白板上。教師巡視學生擬題的情形。</p>	

<p>C-S-04</p> <p>C-E-01</p>	<p>(三) 解擬題</p> <p>1、全班一起討論同學擬出來的題目不可行、合不合理、能不能解。</p> <p>2、請學生解同學擬的題目。</p> <p>3、請學生上台發表、全班討論。</p>	
<p>C-T-02</p> <p>C-E-01</p>	<p>活動三：因數的擬題與解擬題活動 (第八節)</p> <p>(一) 教師布題、學生解題</p> <p>教師拿出實體的物 28 個果凍和 16 塊餅乾，開始布題：老師有 28 個果凍 16 塊餅乾，可以分給幾個學生，才可以使每個人得到的果凍和餅乾都一樣多，又可以剛好分完？</p> <p>學生根據老師的布題，透過實體的物實際的分分看，並在白板上寫下所有可能的答案。</p> <p>(二) 結構式擬題</p> <p>請學生依老師提供的擬題情境、策略擬題。依據老師剛剛所布的題，更改已知條件（老師有 18 個果凍和 16 塊餅乾），保持未知條件（使每個人得到的果凍和餅乾都一樣多，又可以剛好分完），擬出一個新題目，寫在小白板上。教師巡視學生擬題的情形。</p> <p>(三) 解擬題</p> <p>1、全班一起討論同學擬出來的題目不可行、合不合理、能不能解。</p> <p>2、請學生解同學擬的題目。</p> <p>3、請學生上台發表、全班討論。</p>	<p>◎觀察學生是否能運用公因數的定義，解決生活情境問題。</p>

C-S-04	<p>活動四：樂線九宮格 (第九節)</p> <p>(一) 遊戲規則講解與示範</p> <p>1、每個人先在遊戲單「我心中想的數：_____」，寫上一個大於 20，小於 100 的數。</p> <p>2、將心中所想的數的因數寫在九宮格中，若因數個數少於 9 個（最少不可少於 6 個因數），無法將九宮格格字填滿時，則可將其中一至二個因數重複寫上補滿。</p> <p>3、因數填寫完後，由座號 1 號依序開始唱數（因數），只要九宮格中的因數被唱到，即可圈起來。每 3 個數即可連一條線，可以是直、橫或斜線。</p> <p>4、待每人都連成二條線時，即進行下一階段的「猜心數」。</p> <p>5、每人輪流上台，將已連成線的因數大聲說出，讓台下的其他同學猜想，若被猜中，則兩方都可以在小組競賽板上下一顆棋。</p> <p>(二) 暖身活動</p> <p>老師講解示範完後，請各組依老師剛剛的說明操作試玩一次。待過程中，對遊戲的規則都了解後，便開始競賽遊戲。</p> <p>(三) 正式活動 (第十節)</p> <p>老師發下遊戲學習單，進行倍數的探索活動。</p> <p>(四) 老師歸納</p> <p>根據學生活動進行的結果，教師對學生提出問題，由學生回答問題，所進行的歸納：由遊戲活動中可知道，想要</p>	<p>◎ 能察覺遊戲中倍數的規律。</p> <p>◎</p>
--------	--	--------------------------------

<p>N-2-04</p> <p>C-C-06</p> <p>C-E-01</p>	<p>快速猜出別人心中那個數，其實很簡單，就是只要把 3 個連線的因數相乘，就可以很快速的找出那個數。</p> <p>活動五：倍數的擬題與解擬題活動 (第十一節)</p> <p>(一) 教師布題、學生解題</p> <p>教師拿出實體的物 24 個果凍，開始布題：老師有二十幾個果凍，可以分給 4 個學生，剛好分完，老師有幾個果凍？</p> <p>學生根據老師的布題，透過實體的物實際的分分看，並在白板上寫下所有可能的答案。</p> <p>(二) 結構式擬題</p> <p>請學生依老師提供的擬題情境、策略擬題。依據老師剛剛所布的題，更改已知條件（老師有二十幾個果凍，可以分給 4 個學生），保持未知條件（老師有幾個果凍？），擬出一個新題目，寫在小白板上。教師巡視學生擬題的情形。</p> <p>(三) 解擬題</p> <p>1、全班一起討論同學擬出來的題目可不可行、合不合理、能不能解。</p> <p>2、請學生解同學擬的題目。</p> <p>3、請學生上台發表、全班討論。</p> <p>活動五：倍數的擬題與解擬題活動 (第十二節)</p> <p>(一) 教師布題、學生解題</p> <p>教師拿出實體的物 36 顆糖果，開始布題：老師有三十</p>	<p>◎觀察學生是否能運用倍數的定義，解決生活情境問題。</p>
---	--	----------------------------------

C-E-01	<p>幾顆糖果，可以分給 4 個學生剛好分完，分給 12 個學生也剛好分完，老師有幾顆糖果？</p> <p>學生根據老師的布題，透過實體的物實際的分分看，並在白板上寫下所有可能的答案。</p> <p>(二) 結構式擬題</p> <p>請學生依老師提供的擬題情境、策略擬題。依據老師剛所布的題，更改已知條件（老師有三十幾顆糖果，可以分給 4 個學生剛好分完，分給 12 個學生也剛好分完），保持未知條件（老師有幾顆糖果？），擬出一個新題目，寫在小白板上。教師巡視學生擬題的情形。</p> <p>(三) 解擬題</p> <ol style="list-style-type: none"> 1、全班一起討論同學擬出來的題目可不可行、合不合理、能不能解。 2、請學生解同學擬的題目。 3、請學生上台發表、全班討論。 <p style="text-align: center;">活動五 結束</p> <p>活動六：因數和倍數的擬題與解擬題活動</p> <p style="text-align: right;">（第十三~十四節）</p> <p>(一) 教師布題、學生解題</p> <p>教師拿出實體的物 42 個果凍和 36 塊餅乾，開始布題：老師有 42 個果凍 36 塊餅乾，可以分給幾個學生，才可以使每個人得到的果凍和餅乾都一樣多，又可以剛好分完？</p> <p>學生根據老師的布題，透過實體的物實際的分分看，並在白板上寫下所有可能的答案。</p>	<p>◎觀察學生是否能運用公倍數的定義，解決生活情境問題。</p>
--------	---	-----------------------------------

C-E-01	<p>(二) 半結構式擬題</p> <p>請學生依老師提供的做法：</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>14 的因數：1、2、7、14</p> <p>20 的因數：1、2、4、5、10、20</p> <p>14 和 20 的公因數：1、2</p> </div> <p>擬出一個新題目，寫在小白板上。教師巡視學生擬題的情形。</p> <p>(三) 解擬題</p> <ol style="list-style-type: none"> 1、全班一起討論同學擬出來的題目可不可行、合不合理、能不能解。 2、請學生解同學擬的題目。 3、請學生上台發表、全班討論。 <p>活動六：因數和倍數的擬題與解擬題活動</p> <p style="text-align: right;">(第十五~十六節)</p> <p>(一) 教師布題、學生解題</p> <p>教師拿出實體的物若干個果凍，開始布題：老師有二十幾個果凍，分給 6 個學生剛好分完，分給 8 個學生也剛好分完，才可以使每個人得到的果凍一樣多，又可以剛好分完？</p> <p>學生根據老師的布題，透過實體的物實際的分分看，並在白板上寫下所有可能的答案。</p>	<p>◎觀察學生是否能運用公因數與公倍數的定義，解決生活情境問題。</p>
--------	---	---------------------------------------

C-E-01	<p>(二) 半結構式擬題</p> <p>請學生依老師提供的做法：</p> <div data-bbox="408 383 1090 696" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>4 的倍數：4、8、12、16、20、24、28</p> <p>6 的倍數：6、12、18、24、30</p> <p>4 和 5 的公倍數：12、24</p> </div> <p>擬出一個新題目，寫在小白板上。教師巡視學生擬題的情形。</p> <p>(三) 解擬題</p> <ol style="list-style-type: none"> 1、全班一起討論同學擬出來的題目可不可行、合不合理、能不能解。 2、請學生解同學擬的題目。 3、請學生上台發表、全班討論。 <p>回饋與分享</p> <ol style="list-style-type: none"> (一) 發表學完本單元的收穫與感想 (二) 完成「單元學習單」 <p style="text-align: center;">~~~~單元結束~~~~</p>	
--------	--	--

從教學活動中的佐證獲知：

- (一) 從「因數碰碰樂」的遊戲引入，可以引發學生潛藏的數學知識，發現因數必是兩兩成對出現，對於紙筆作業時，就能完整寫出不缺漏的因數。
- (二) 從「因數接龍」的遊戲活動中可知學生更能主動察覺數學知識，如：某數一定有1和本身兩個因數，1是所有數的因數，而某數自己則是最大的因數。
- (三) 「樂線九宮格」的遊戲活動可以幫助學生察覺倍數和公倍數數學知識，如：某數的倍數有無限多，最小的倍數就是自己本身。
- (四) 透過擬題、解擬題的討論方式，可以幫助學生釐清更多的因數與倍數上的數學迷思。
- (五) 小組合作學習，有助同儕互助學習，互相激盪想法，共同探索並解決數學問題。

第三節 資料蒐集與分析

本研究的資料可分為筆試測驗資料、訪談資料和學習單資料三部分。分別說明如下：

壹、筆試測驗資料

筆試測驗資料包括「因數和倍數學習單」測驗之第一次後測及「因數和倍數10道應用題分類作業學習單」第二次後測兩種資料，茲分別敘述如下：

一、「因數和倍數學習單」測驗之第一次後測

本研究對於了解學童在因數與倍數方面的學習情況，所使用的研究工具乃是自編的「因數和倍數學習單」第一次後測試卷，其每一題答對率若達全班75%，則表示學生該觀念已熟悉、了解。其試卷的主要概念有：因數的意義和公因數求法、倍數的意義和公倍數的求法，以數學課本、習作及教師手冊綜合編製而成，最後並以雙向細目分析表對前測試卷進行內容效度分析，如下表3-2。

「因數和倍數學習單」測驗之第一次後測施測完後，由研究者進行批改後將錯誤類型加以分析歸納後，針對學生常有的因數和倍數的錯誤迷思概念篩選，融入活動六的擬題教學活動的教師布題中，透過具體實物的操作，了解題意，再由學生解擬題，以釐清迷思概念。

表 3-2 因數和倍數第一次後測紙筆測驗之雙向細目分析

概念 題號	因數			倍數		
	因數的意義	公因數的意義	公因數的求法	倍數的意義	公倍數的意義	公倍數的求法
1- (1)	√					
1- (2)	√					
1- (3)					√	
2- (1)	√					
2- (2)	√					
2- (3)					√	
3- (1)					√	
3- (2)				√		
3- (3)		√				
3- (4)	√					
3- (5)						√
4						√
5			√			

二、「因數和倍數10道應用題分類作業學習單」測驗之第二次後測

「因數和倍數10道應用題分類作業學習單」紙筆測驗之第二次後測在擬題活動融入撲克牌情境遊戲後實施，研究者將第一次後測中的數字概念題改以文字概念的應用題出現，最後並以雙向細目分析表對前測試卷進行內容效度分析，如下表3-3。其目的在了解學生是否能運用因數與倍數的定義，以表面結構或深層結構⁷⁵，進行題目相似性的分類，解決生活情境問題。其中表面結構相似的題目是指兩道題目具有相似的問題情境（包括人物、場景或事件等），而深層結構相似的題目是指兩道題目具有相似的解題方法。在批改後將答題情形與前測加以分析對照，以瞭解擬題活動融入撲克牌情境遊戲教學之成效。

表 3-3 因數和倍數第二次後測紙筆測驗之雙向細目分析

概念 題號	因數		倍數	
	因數的求法	公因數的求法	倍數的求法	公倍數的求法
1	√			
2				√
3	√			
4	√			
5				√
6				√
7		√		
8				√
9			√	
10		√		

⁷⁵Edward A. Silver, "Recall of mathematical problem information: Solving related problems," *National Council of Teachers of Mathematics*, No.12(Jan., 1981), pp. 54-64.

貳、訪談資料

在進行教學觀察與學習檢核時，學生的學習反應若產生不解或遲疑，則利用下課時間進行深度訪談，以釐清疑教學疑點確認觀察所得。

師：剛剛你在玩樂線九宮格遊戲猜倍數時都猶豫很久，後來又快又好，你是不是發現什麼秘訣？

S5：我一開始一直猜不出來，但後來玩出許多心得，發現只要先看因數，那那個倍數不會很大，馬上猜中的機會就很多；如果分解因數的因數很大，有時說不定其中一個就是倍數。

師：你很厲害！知道這個秘訣。（訪談09/20/2012）

師：剛剛我們在擬題時你所出的題目很有趣，可惜在解其他同學擬的題目時出了一點問題，你怎麼會想到用這樣的算式來解？

S3：因為題目說要把40枝鉛筆和32個橡皮擦分給小朋友，所以我就先把兩樣東西先相加再除。

師：可是兩樣東西不同，如果加起來再分狀況會怎麼樣？老師先以手上的4枝筆和2個橡皮擦為例，如果我先把它們相加的意思是……。

S3：喔…。我懂了，相加再分雖然數量分得一樣，但是實際上每個人分到的橡皮擦和鉛筆數量卻不一樣。

師：所以呢？該怎麼算才正確？

S3：所以應該先分開找40和32的因數，再找兩數的公因數才對。

師：答對了！觀念正確，加油！（訪談09/24/2012）

一、擬題學習單

實施擬題教學活動後，礙於教學時間有限，故給予課後練習的作業單。

學生擬題舉隅

◎10個男生和15個女生合起來編組，每組男生一樣多，女生也一樣多，全部分完，
可以怎麼分？

換你擬題：

20個男生和35個女生合起來分組，男生一樣多，女生也一樣多，全部分完，有哪
幾種分法？

換你擬題：

20顆紅色糖果和10顆黃色糖果合起來分包，每包紅色糖果一樣多，黃色糖果也一
樣多，全部分完，可以怎麼分？

◎有四十幾人參加露營，6人一組或8人一組都剛好分完，有幾人參加露營？

換你擬題：

有三十幾人參加戶外教學，5人一組或7人一組都剛好分完，有幾個人參加戶
外教學？

換你擬題：

有二十幾包餅乾，7包一堆或4包一堆都剛好分完，有幾包餅乾？

二、遊戲學習單

每次教學後學生所書寫之學習單，研究者加以批改後並整理分析學習單的內容，以瞭解學童的學習狀況及問題。

遊戲學習單中常錯的例題

◎能整除2的數有：()。

【學生的解題】 能整除2的數有：(2、4、6、8、10)。

◎能整除4的數有：()。

【學生的解題】 能整除4的數有：(4、8、12、16、20)。

【說明】其因未了解題意「能整除2」與「被2整除」、「能整除4」與「被4整除」的語意差意，意即「能整除2」與「能整除4」是要找其因數；「被2整除」與「被4整除」是要找其倍數。

◎老師將40枝鉛筆和32個橡皮擦，平分給若干個小朋友，每個小朋友分到的鉛筆一樣多，橡皮擦也一樣多，全部分完且不只分給1個人，小朋友可能有幾人？

【學生的解題】

40的因數：1、2、4、5、8、10、20、40

32的因數：1、2、4、8、16、32

40和32的公因數：1、2、4、8

答：1人、2人、4人、8人

【說明】

學生因未看清題意「不只分給1個人」，而將1人也寫入答案中。

三、教學反省記錄單

研究者在教學活動後填寫教學反省記錄單，將教學活動中所遇到的問題、學生的反應及教材的適用性及教學心得記錄下來，作為檢視教學活動實施是否恰當及教學改進的依據。

【教學反省記錄單】

日期	2012.09.17	活動名稱	因數碰碰樂
省思札記： 「竟然能在課堂上玩撲克牌」，對許多孩子來說是第一次，因此他們感到特別新鮮。在下課後他們也一直向老師反映「原本上數學可以這麼好玩」，著實讓老師更有教學動力與熱忱，真是一群可愛的孩子！			

【教學反省記錄單】

日期	2012.09.25	活動名稱	因數和倍數的擬題與解擬題活動
省思札記： 今天的擬題課程將倍數加入原本的因數擬題中，有部份的學生出現混淆狀況；相較於前二次的只有單獨解擬題因數或倍數的問題，而這一次將兩者放在一起，果然起了變化，也看出有些孩子在解題時是用猜的的心態去解題，而非真的了解題意。			

第四章 研究結果與分析

本章將以研究對象台中市龍津國小五年級學生，四班學生合計共 108 人，以研究者本身的班級為實驗組，實驗組共 28 位小朋友，控制組為其他三班的學生共 80 位，透過撲克牌情境遊戲，對因數與倍數解題表現做第一次後測分析與探究；再融入擬題活動，探究其對因數與倍數解題迷思之成效。

第一節 因數與倍數問題的解題表現

此部分資料為「因數和倍數學習單」紙筆測驗之第一次後測，主要透過第一次後測呈現學生現階段因數與倍數概念的表現情形，再從其解題表現情形分析學生隱含的迷思概念。

壹、因數與倍數第一次後測答題情形

一、實驗組的答題情形

為了探究其同分不同錯群的迷思概念，根據「因數和倍數學習單」紙筆測驗之前測，探究分析其答題情形，如下表4-1實驗組因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形（1表示答對，0表示答錯）及表4-2-1控制組1因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形、表4-2-2控制組2因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形、表4-2-3控制組3因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形。

表 4-1 實驗組因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形

題號 座號	1- (1)	1- (2)	1- (3)	2- (1)	2- (2)	2- (3)	3- (1)	3- (2)	3- (3)	3- (4)	3- (5)	4	5
S2	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
S3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S5	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
S6	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S7	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
S8	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S13	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
S14	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
S15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S20	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0
S21	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
S22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S23	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
S24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
s26	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S28	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
答對率	92.8%	78.5%	82.1%	85.7%	67.8%	75.0%	85.7%	82.1%	75.0%	82.1%	92.8%	92.8%	67.8%

註：S1及S27為特殊生，為求有效樣本，故不納入計算。

二、控制組的答題情形

根據「因數和倍數學習單」紙筆測驗之第一次後測，控制組答題情形如下表4-2-1~4-2-3。

表 4-2-1 控制組 1 因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形

題號 座號	1- (1)	1- (2)	1- (3)	2- (1)	2- (2)	2- (3)	3- (1)	3- (2)	3- (3)	3- (4)	3- (5)	4	5
S1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
S2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
S3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S11	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
S12	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
S13	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
S14	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
S15	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
S16	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
S17	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
S18	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
S19	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
S20	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S21	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S22	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
S23	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
S24	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
S25	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1
S26	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
答對率	80.7%	76.9%	61.5%	76.9%	84.6%	61.5%	84.6%	88.5%	61.5%	84.6%	92.3%	84.6%	84.6%

表 4-2-2 控制組 2 因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形

題號 座號	1- (1)	1- (2)	1- (3)	2- (1)	2- (2)	2- (3)	3- (1)	3- (2)	3- (3)	3- (4)	3- (5)	4	5
S1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S2	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1
S3	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S4	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
S5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S6	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
S7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S8	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
S9	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
S10	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
S11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
S12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S14	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
S15	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
S16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S17	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
S18	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
S19	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
S20	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
S21	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
S22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S23	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0
S24	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S25	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
s26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S27	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S28	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
答對率	85.7%	78.5%	64.2%	71.4%	71.4%	60.7%	82.1%	78.5%	57.1%	75.0%	89.2%	75.0%	64.2%

表 4-2-3 控制組 3 因數和倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形

題號 座號	1- (1)	1- (2)	1- (3)	2- (1)	2- (2)	2- (3)	3- (1)	3- (2)	3- (3)	3- (4)	3- (5)	4	5
S1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
S2	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
S3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S6	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
S7	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S9	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
S10	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S11	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0
S12	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
S13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S14	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1
S15	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
S16	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
S17	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0
S18	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S19	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
S20	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S21	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S22	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
S23	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
S24	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
S25	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
s26	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
答對率	69.2%	61.5%	53.8%	80.7%	84.6%	57.6%	53.8%	73.1%	61.5%	53.8%	80.8%	88.5%	46.2%

貳、學生對因數與倍數的迷思概念

根據控制組與實驗組對因數與倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形歸納如下表 4-3。

表 4-3 控制組與實驗組對因數與倍數紙筆測驗之第一次後測答題情形

題號 概念 答對率	1-	1-	1-	2-	2-	2-	3-	3-	3-	3-	3-	4	5
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)		
	因數	因數	公倍 數	因數	因數	公倍 數	公倍 數	倍數	公因 數	因數	公倍 數	公倍 數	公因 數
實驗組	92.8%	78.5%	82.1%	85.7%	75.1%	75.0%	85.7%	82.1%	75.0%	82.1%	92.8%	92.8%	67.8%
控制組1	85.7%	78.5%	64.2%	71.4%	71.4%	60.7%	82.1%	78.5%	57.1%	75.0%	89.2%	75.0%	64.2%
控制組2	85.7%	78.5%	64.2%	71.4%	71.4%	60.7%	82.1%	78.5%	57.1%	75.0%	89.2%	75.0%	64.2%
控制組3	69.2%	61.5%	53.8%	80.7%	84.6%	57.6%	53.8%	73.1%	61.5%	53.8%	80.8%	88.5%	46.2%

經由第一次後測結果可知，實驗組在各題表現皆顯著優於控制組的答題表現，但仍有些觀念待加強，如 2 (2) 以除法形式記錄的倍數概念相較於 1 (3) 以乘法形式記錄的公倍數概念為弱；在應用題解題表現上，求「公因數」的概念亦較求「公倍數」薄弱。為了了解其不同錯誤類型，再將控制組與實驗組每一題其錯誤做答的記錄歸納如下表 4-4。

表 4-4 第一次後測測驗錯誤類型分析

題號	錯誤答案	總計人數	正確率	錯誤描述
1-(1) 54是9和6的①因數 ②倍數③公因數④公倍 數	2	17	80.6%	9是54的倍數
	3	4		9是54的公因數
1-(2) 6是54的①因數②倍 數③公因數④公倍數	2	17	77.8%	6是54的倍數
	3	6		6是54的公因數
1-(3) 54是9和6的①因數 ②倍數③公因數④公倍 數	1	4	65.7%	54是9和6的因數
	2	19		54是9和6的倍數
	3	14		54是9和6的公因數
2-(1) 4是8的①因數②倍 數③公因數④公倍數	2	17	78.7%	4是8的倍數
	3	4		4是8的公因數
	4	2		4是8的公倍數
2-(2) 8是2的①因數②倍 數③公因數④公倍數	1	18	79.6%	8是2的因數
	3	4		8是2的公因數
2-(3) 8是2和4的①因數② 倍數③公因數④公倍數	1	3	70.4%	8是2和4的因數
	2	13		8是2和4的倍數
	3	16		8是2和4的公因數
3-(1) 12是4和3的①公因 數②公倍數③因數④倍 數	1	8	84.3%	12是4和3的公因數
	3	2		12是4和3的因數
	4	7		12是4和3的倍數

3-(2) 24是6的①公因數 ②公倍數③因數④倍數	1	6	85.2%	24是6的公因數
	2	4		24是6的公倍數
	3	6		24是6的因數
3-(3) 3是12和15的① 因數②倍數③公因數④ 公倍數	1	17	70.4%	3是12和15的因數
	2	7		3是12和15的倍數
	4	8		3是12和15的公倍數
3-(4) 7是14的①因數② 倍數③公因數④公倍數	2	16	78.7%	7是14的倍數
	3	3		7是14的公因數
	4	4		7是14的公倍數
3-(5) 4和6的公倍數是① 20 ②1 ③12 ④2	1	1	89.8%	4和6的公倍數是20
	2	4		4和6的公倍數是1
	4	6		4和6的公倍數是2
4秉寬有四十幾顆糖果，每次 拿3顆剛好可以拿完，每次拿4 顆也剛好可以拿完，請問秉寬 這一堆糖果可能有幾顆？	未做答	6	84.3%	空白
	解題策略 錯誤	11		◎ 找公因數 ◎ 找倍數的過程中有缺漏，以致找公倍數時答案有誤。 ◎ 未能依題目要求，找出正確範圍內的公倍數
5龍津國小五年乙班有16個 男生和12個女生要如何分	未做答	14	60.1%	空白

<p>組，才能使每一組的男女生人數一樣多，而且剛好分完？</p>	<p>解題策略 錯誤</p>	<p>25</p>	<p>◎找公倍數 ◎ 找因數有缺漏，以致找公因數時答案有誤。 ◎ $16 \div 12$ ◎ $16 + 12 = 28$，再找 28 的因數</p>
----------------------------------	--------------------	-----------	--

由上表分析得知學生普遍存在的迷思概念：

- 一、從1-（3）和2-（3）相較可知，仍有30%學生選擇倍數或公因數的答案，因其對「公因數」與「公倍數」的判讀不清。學生只看見題目最後出現9和6及2和4數字即選公因數，未看清題意是在說明54是9和6的關係、8是2和4的關係而非9和6是54的關係、2和4是8的關係。由此可知，學生對陳述句「A（主）是B和C（客）」和「B和C（主）是A（客）」的主客關係仍待釐清。
- 二、從3-（3）可得知，仍有18%對「因數」與「公因數」的定義待分明。
- 三、從4和5的應用題可知，在學生的學習經驗中，「乘法」一直是大家熟悉不陌生，因此在解題時，腦中已能有「化聚」的圖像；反之，分的概念則較薄弱，尤其是同時分兩個物，少部分學生甚至認為要先將其相加再整除，完全未有「公因數」的概念。

第二節 學生擬題的作品類型和內容

本節主要分成「擬題作品類型」和「擬題作品內容」二個部份，探討學生的擬題作品的類型和內容變化。

壹、擬題作品類型

研究者將學生擬題作品分類後，結果如下表4-5。

表 4-5 擬題作品分類結果

題目分類		1.非題目類	題目類				
			2.非數學	3.不可行	可行的		
					4.資料不足	5.資料適中	6.資料超過
擬題 次別	第一次	0	0	0	2	24	0
	第二次	0	0	2	0	24	0
	第三次	0	0	1	4	21	0
	第四次	0	0	1	2	22	0
	第五次	0	0	1	0	25	0
合計		0	0	6 (4.6%)	8 (6.2%)	116 (89.2%)	0

註：上表中數字表示人數。

從表中可發現學生擬題類型幾乎是屬於第5類（89.2%），皆是可行的，並且是資料適中；其餘屬於第4類資料不足的有8題，屬於第3類不可行的有6題。因此學生擬題作品類型共計出現資料適中、資料不足和不可行的等三類。以下是分類舉例說明：

一、資料適中的題目

【第 2 次擬題作品舉例】

◎ 老師大約有五十幾枝鉛筆，平分給6位學生，還會多出5枝鉛筆，老師可能有幾枝鉛筆？

二、資料不足的題目

【第 3 次擬題作品舉例】

◎ 小英有二十幾元，買了2樣東西，小英有多少元？

說明：未說出買的2樣物品單價及數量？無法推算出小英到底有多少元。

三、不可行的題目

【第 4 次擬題作品舉例】

◎ 老師將40張貼紙、72塊橡皮擦分給學生，每個學生可以分到8張貼紙，學生還可以剛好分完幾塊橡皮擦？

說明：此題學生人數算出來為5人，但5人卻未能將72整除。

從學生擬題表現的結果可知，和研究者採取梁淑坤的「題目法」有關，學生以原題目為基礎，容易擬出可行的題目。也由於學生能擬出可行的題目，因而學生可以再進行解題，才能持續下去。

貳、擬題作品內容

研究者依數字、事物和題目結構三個面向，將學生每次的擬題作品，和原題目進行比較，整理如下表4-6。

表 4-6 作品內容分析表

擬題 次別	數字		事物		題目結構	
	無改變	有改變	無改變	有改變	無改變	有改變
第一次	0	26	10	16	26	0
第二次	0	26	5	21	24	2
第三次	0	26	1	25	25	1
第四次	0	26	26	0	24	2
第五次	0	26	1	25	25	1
合計	0%	100%	33.1%	66.9%	95.4%	4.6%

註：上表中數字表示人數。

觀察表11，可發現學生最常改變數字，其次是事物，題目結構則是最少。另外，第四次卻出現無改變題目事物者大幅增加，改變事物者則掛零。這可能和題目內容有關，因為該次題目是哪一個數能將這兩個數都可以整除，故在改變事物的條件上是無須變化。以下分別從數字、事物和題目結構三方面，說明學生在這三個方面如何改變題目。

一、數字方面

學生的擬題作品中，大多數都有改變數字。改變數字的情形，有數字變大、數字變小，以下舉例說明：

(一) 數字變大

【第 1 次擬題原題目】

10 個男生和 15 個女生合起來編組，每組男生一樣多，女生也一樣多，全部分完，可以怎麼分？

【第 1 次擬題作品舉例】

◎115 個男生和 129 個女生合起來編組，每組男生和女生一樣多，全分完，有哪幾種分法？

【第 5 次擬題原題目】

老師將 36 枝鉛筆、48 張圖畫紙分給學生，每個學生分到的鉛筆一樣多，圖畫紙也一樣多，而且要全部分完，學生可能有幾個？

【第 5 次擬題作品舉例】

◎ 小明把 200 張色紙、60 枝筆分給同學，每人分到的色紙一樣多，筆也一樣多，要全部分給同學，可以分給幾個人？

(二) 數字變小

【第 4次擬題原題目】

用一個數去除 54 和 78 都可以整除，這個數可能是多少？

【第 4次擬題作品舉例】

- ◎用一個數去除 8 和 4 都可以整除，這個數可能是多少？
- ◎用一個數去除 7 和 9 都可以整除，這個數可能是多少？
- ◎用一個數去除 17 和 13 都可以整除，這個數可能是多少？

二、更換事物方面

學生的擬題作品中，除了第4次因為是純粹數字題的關係，學生無法更改事物，其餘各次擬題的事物都出現改變的現象。以下舉例說明：

【第 3次擬題原題目】

有四十幾人參加露營，6 人一組或 8 人一組都剛好分完，有幾人參加露營？

【第 3次擬題作品舉例】

- ◎有三十幾人參加戶外教學，5 人一組，或 7 人一組都剛好分完，有多少人參加戶外教學？
- ◎有五十幾人參加接力賽，7 人一隊或 8 人一隊都分完，有幾人參加接力賽？

【第 2次擬題原題目】

小恩有六十幾包餅乾，平分給 7 人剛好分完，小恩有幾包餅乾？

【第 2次擬題作品舉例】

- ◎諸葛亮有五十幾卷書，平分給 8 個書生剛好分完，諸葛亮有幾卷書？
- ◎大恩有二十幾枝筆，平分給 4 人剛好分完，大恩有幾枝筆？

(三) 題目結構方面

改變的情形為加入特定條件變成非例行性題目等。以下舉例說明：

【第 2次擬題原題目】

小恩有六十幾包餅乾，平分給 7 人剛好分完，小恩有幾包餅乾？

【第 2次擬題作品舉例】

◎老師大約有五十幾枝鉛筆，平分給 6 個人會多出 5 枝筆，老師可能有幾枝筆？

◎阿公包了二十幾顆水餃，每 4 顆裝一袋，阿公可能包了幾顆水餃？

【第 3次擬題原題目】

有四十幾人參加露營，6 人一組或 8 人一組都剛好分完，有幾人參加露營？

【第 3次擬題作品舉例】

◎妹妹有 140 幾張卡片，每 16 張或 24 張一數，都剩下 5 張，妹妹有幾張卡片？

第三節 不同能力水準的學生因數和倍數應用題解題表現差異情形

本節欲探討實驗組中不同能力水準的學生對照其第一次後測測驗中的錯誤迷思概念，了解其在第二次後測測驗文字應用問題解題差異表現，如下表 4-7。

表 4-7 第二次後測測驗文字應用問題解題差異表現

題號 座號	1 找因 數	2 找公 倍數	3 找因 數	4 找因 數	5 找公 倍數	6 找公 倍數	7 找公 因數	8 找公 倍數	9 找倍 數	10 找公 因數	解題 表現
S2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S3	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	8
S4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S5	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	5
S6	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	7
S7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S8	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	8
S9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	9
S10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
S12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S13	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	9
S14	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	8
S15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S20	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9
S21	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	3
S22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S23	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	9
S24	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	9
S25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
s26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
S28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
答對率	92%	92%	85%	85%	100%	96%	88%	92%	85%	81%	89%

註：S1 及 S27 為特殊生，為求有效樣本，故不納入計算。

「1」表示正確得分，「0」表示錯誤得分。

由上表可知，各題的答對率皆在80%~100%，學習效果顯著。另，與第一次後測的應用題答對率92.8%（第四題公倍數解題）及67.8%（第五題公因數解題）相較，第二次後測的應用題找公倍數的解題答對率分別為100%、96%、92%，找公因數的解題答對率分別為88%、81%，顯示「擬題融入因數和倍數教學活動」中對於文字應用題的解題正確率有正向的影響。為了解不同能力水準學生對文字應用題的內容結構性與數學解題表現之相關，本測驗的10道數學應用題在表面結構與深層結構兩個聯結向度的題目分布情形，如下表4-8所示。

表 4-8 在表面結構與深層結構兩個聯結向度的題目分布情形

類別	表面結構	深層結構
甲	3、4、9	1、3、4
乙	7、8	2、5、6、8
丙	2、10	7、10
丁	5、6	9
戊	1	

註：數字代表題號。受試者分類的題目中有任意兩題與表類中的任意兩題相同時，則得1分。2題為一類的類別中，最多為1分，3題為一類的類別中，最多為3分，而4題為一類的類別中，最多可有4分。

茲舉實驗組某位學生的 10 道數學應用題分類情形，如表 4-9 所示，來實際說明表面結構與深層結構兩個聯結向度的計分方式。

表 4-9 實驗組某位學生的 10 道數學應用題分類情形

分類的類別	分類的理由
1	因為其它題目都沒有和它類似的問題
2、5、6、8	因為它們都是以兩個數字來計算的
3	因為其它題目都沒有和它類似的問題
4	這個問題是以一個數字計算的
7、10	這兩個都是平分計算的
9	這一題是以除來計算的

將表 4-9 某學生的作答情形，與表 13 相比較，可得到該學生在表面結構與深層結構兩向度的向度聯結分數與純類別分數，如表 15 所示。

由表 4-10 可得到，該學生在「表面結構的向度聯結分數」總分為 1 分，在「深層結構的向度聯結分數」總分為 6 分。由此可知，該名學生進行題目相像性的分類時，有時以表面結構為分類的依據，有時以深層結構作為分類的依據。

表 4-10 實驗組某位學生的表面結構與深層結構兩個向度的分數

類別	表面結構	深層結構
A	1	0
B	0	4
C	0	0
D	0	0
E	0	1
F	0	1
總分	1	6

以「表面結構」作為相似性的分類依據，主要是根據題目是否出現相同的問題情節(包括人、事、物、場景等)，作為分類的依據。例如第7題和第8題具有相同表面結構的問題情境「老師要分筆給小朋友」，以「表面結構」作為相像性分類依據的受試者，將第7題與第8題分為同一類的理由，分別有：「都是分筆」、「都有老師和筆」等。

以「深層結構」作為相似性的分類依據，主要是根據題目是否具有相同的算法，作為分類的依據。例如第7題的表面結構是老師分筆的問題，第10題的表面結構是問分糖果的問題，但以「深層結構」作為相似性分類依據的受試者，有人認為它們「都是找公因數的問題」。

以「表面結構」與「深層結構」作為相似性分類依據的受試者，對於分類的依據並沒有完全採用「表面結構」為依據，或是完全採用「深層結構」為依據，而是有些類別採用「表面結構」作為判斷相似性的分類依據，而有些類別採用「深層結構」作為判斷相似性的分類依據。

若受試者對 10 道數學試題全部都是以表面結構進行相似性分類，則屬於採用「表面結構」的分類方式；若受試者對 10 道數學試題全部都是以深層結構進行相似性分類，則屬於「深層結構」的分類方式；若受試者對 10 道數學試題，同時採用表面結構與深層結構進行相似性分類，則屬於「表面結構」與「深層結構」的分類方式。所有受試者的分類方式，如表 4-11 所示。

表 4-11 受試者對 10 道數學試題問題結構相似性的分類得分與數學解題表現

題號 座號	表面結構 聯結分數	深層結構 聯結分數	數學解題表現(分)	問題結構相似性分類依據
S2	0	5	10	深層結構
S3	1	6	8	深層和表面結構
S4	0	9	10	深層結構
S5	3	0	5	表面結構
S6	0	7	7	表面結構
S7	0	7	10	深層結構
S8	3	0	8	表面結構
S9	0	4	9	深層結構
S10	0	9	10	深層結構
S11	0	7	9	深層結構
S12	0	4	10	深層結構
S13	0	7	9	深層結構
S14	0	5	8	深層結構
S15	0	5	10	深層結構
S16	0	5	10	深層結構
S17	0	7	10	深層結構
S18	0	6	10	深層結構
S19	0	7	10	深層結構
S20	0	9	9	深層結構
S21	2	0	3	表面結構
S22	0	5	10	深層結構
S23	0	6	9	深層結構
S24	0	7	9	深層結構
S25	0	5	10	深層結構
s26	0	3	10	深層結構
S28	0	7	10	深層結構

由表16可以發現：數學解題表現較差的學生，都以「表面結構」作為分類的依據；大部分數學解題表現較佳的學生，都採用「深層結構」作為分類依據，也有少部分採用「表面結構」作為分類的依據；而多數數學解題表現滿分的學生，能完全採用「深層結構」作為分類標準，而數學解題表現較差的學生，則未採用此種分類依據。

第四節 因數與倍數問題錯誤的解題策略與成因

為了更深入的確定受試者所採用的分類原則及其錯誤的解題策略與成因，研究者分別從採用「表面結構」、「深層結構」、「表面結構與深層結構」這三種分類方式的受試者中，且以該班五年級上學期期中考數學成績，依27%,46%,27%將實驗對象分為低、中、高成就三組，分析不同能力水準的解題表現差異，如下表4-12。

表 4-12 比較低、中、高組不同能力水準的解題表現差異

解題表現		第一次後測得分 (%)	第二次後測百分率 (%)	進退分 (%)
分組				
高成就	S22	100%	100%	0%
	S25	100%	100%	0%
	S10	100%	100%	0%
	S18	100%	100%	0%
	S16	100%	100%	0%
	S12	100%	100%	0%
	S17	100%	100%	0%
中成就	S7	62%	100%	+38%
	S26	92%	100%	+8%
	S28	92%	100%	+8%
	S9	100%	90%	-10%
	S24	92%	90%	-2%
	S15	92%	100%	+8%
	S11	100%	90%	-10%
	S3	92%	80%	-12%
	S4	100%	100%	0%
	S13	54%	90%	+46%
	S19	92%	100%	+8%
S2	85%	100%	+15%	
低成就	S21	85%	30%	-55%
	S8	92%	80%	-12%
	S20	77%	90%	+13%
	S23	46%	90%	+44%
	S14	38%	80%	+42%
	S5	54%	50%	-4%
	S6	85%	70%	-15%
總計				+110%

由上表分析可知，高成就組其表現都能拿到滿分，故無顯著差異；中成就組增加 97% 幅度最大，學習表現最為顯著；低成就組亦增加 13%，已達顯著效果。整體而言，第二次後測中的進步率提高高達 110%，顯示擬題與解擬題活動對解文字應用題是有幫助的。

壹、策略錯誤

一、基模知識的問題

研究者發現有些學生的基模知識產生混淆，例如學生將「求公因數」的題目，使用「求公倍數」的方法解題，例如：

7、老師有 16 枝鉛筆和 20 枝原子筆，要分給小朋友，每個人分到的鉛筆一樣多，原子筆也一樣多，請問有哪幾種分法？

【學生解題記錄】 16的倍數：16、32、48、64、80

20的倍數：20、40、60、80

說明：此題是要找16和20的公因數，因此該位學生並未了解應用文字題中的「找公因數」的關鍵字-----「有16枝鉛筆和20枝原子筆，要分給小朋友」。

1、老師準備了 72 份禮物分給小朋友，剛好分完而沒有剩下，已知班上約三十幾個小朋友，班上共有幾個小朋友

【學生解題記錄】

72的倍數：72、144、218、288

30的倍數：30、60、90、120、150……360

Ans：360位

說明：此題有三位學生以此錯誤方式解題，其原因和上一例子相同，並未了解應用文字題中的「找公因數」的關鍵字-----「72份禮物分給小朋友」。

二、策略知識的問題

研究者發現學生在策略知識上的問題，是因為忽視題目的條件，而設定了錯誤的解題計畫，例如：

2、一箱飲料有三十幾罐，平分成 4 堆或 6 堆，都剛好分完，這箱飲料有幾罐？

【學生解題記錄】

4 的倍數：4、8、~~12~~、16、20、24、28、32、36
6 的倍數：6、~~12~~、18、24、30、~~36~~

Ans：12 或 36 罐

8、老師有五十幾枝筆，平分成 6 包、9 包，都剛好分完，老師有幾枝筆？

【學生解題記錄】

6 的倍數：6、12、~~18~~、24、30、~~36~~、48、54
9 的倍數：9、~~18~~、27、~~36~~、45、54、63、72、81

Ans：18 枝或 36 枝

說明：題 2 和題 8 皆因學生因忽略題目「有三十幾罐」和「五十幾枝筆」的條件限制，而解題錯誤。

3、將 27 個李子分成若干包，每包都一樣多，全部分完，可以怎麼分呢？

【學生解題記錄】

$$27 \div 9 = 3$$

(S23)

說明：此生未能以成對的找因數方法窮盡所有的因數。

4、把 48 個蘋果分成每盒一樣多，全部分完，一盒有幾個？可以有幾種分法？

【學生解題記錄】 $1 \times 48 = 48$ $8 \times 6 = 48$
 $6 \times 8 = 48$ $48 \times 1 = 48$

說明：此生找因數的方式是單憑對乘法表中琅琅上口的數字為分解的因數，未能窮盡所有的因數。

貳、運算錯誤

一、計算錯誤

學生在數字相加、或相減、或相乘、或相除時，發生計算錯誤。例如：

4、把 48 個蘋果分成每盒一樣多，全部分完，一盒有幾個？可以有幾種分法？

【學生解題記錄】 48 的因數：1、2、3、4、6、7、12、16、24、48

說明：找成對的因數時 $6 \times 7 = 42$ 與 $6 \times 8 = 48$ 很相似，可能一時粗心而看錯。

二、未計算

可能是學生是擬出解題計畫後，已無時間執行運算，或來不及計算。

從學生第二次後測錯誤的解題策略中歸納分析，如下表4-13。

表 4-13 「10 道數學試題」解題錯誤分析

錯誤分析		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合計
策略錯誤	語言知識和語意知識的問題	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
	基模知識的問題	3	0	0	1	0	0	1	0	0	1	19%
	策略知識的問題	0	2	1	2	0	1		2	2	1	42%
運算錯誤	計算錯誤	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	8%
	抄錯數字	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
	未計算	0	0	3	1	0	0	1	0	1	2	31%
合計		3	2	4	5	0	1	2	2	3	5	26

註：數字代表人數。

從表18可看出，「語言知識和語意知識的問題」為學生了解題目語句意義，錯誤率為0%，顯擬題活動有助於學生對語句意義的了解。其中「策略知識的問題」比率達四成以上。而「策略知識的問題」是和解題策略時的知識有關。從其錯誤類型分析，學生策略知識的問題最大的因素是學生執行問題解決時計劃和監控不夠縝密，此項可做為未來研究方向的建議。

另外，在「基模知識的問題」為第1題和第4題的因數題，及第7題和第10題的公因數題共占19%，顯示仍有19%對解因數和公因數的應用題仍有困難。

另有31%「未計算」，其原因是擬出解題計畫後，已無時間執行運算，或來不及計算而空白，此部分和策略知識無關，故不在此深究。

第五章 結論

本研究採不等組準實驗之行動研究，以質性分析為主，量化分析為輔，探討擬題融入因數與倍數情境教學對學童在因數與倍數上解題的影響。質的研究方面，透過擬題學習單、遊戲學習單、課後訪談和教學反省札記錄單進行分析；量的研究方面，分別以自編的「因數與倍數迷思概念學習單」及「因數與倍數10道數學應用題學習單」做為第一次及第二次後測，探究其對因數與倍數的學習成效。

第一節 研究發現

壹、撲克牌情境教學能有效幫助學生對因數與倍數的學習

情境認知學習理論認為真實情境學習活動是學習發生與進行時的必要條件，讓個人將外在事件儲存於記憶中形成內在表徵，而這些具有線索指引功能的內在表徵，有助於未來記憶工作的提取，而涵化的學習過程更有助於學習者與他人互動，幫助個人了解問題情境，不但引導問題解決方向與步驟，也幫助個人逐漸負擔起問題解決的責任。

荷蘭真實數學教育大師 Freudenthal 認為真實的數學活動（Authentic Mathematics Activities）應包含有意義且重要的數學概念，並且這些活動應該是不可能發生在生活情境中的情節或是與學生的生活經驗相關的。

因此本研究融入撲克牌情境遊戲，將學生日常生活中熟悉的撲克牌活動，如撿紅點改編的「因數碰碰樂」、撲克牌排七接龍改編的「因數接龍」及井字遊戲改編的「樂線九宮格」融入因數與倍數的數學問題中，使兒童經驗生活情境中的數學經驗，並透過擬題與解擬題的活動來促進學生的數學學習及解決日常生活問題之能力，讓學生在真實活動中透過做中學、學中懂，來建構自己的數學概念、技能，進而協助學生順利解題。

劉祥通與黃國勳（2005）、王詩惠（2003）研究均證實用活動式、遊戲式，能增加學生的學習興趣，並從遊戲或活動中建構因數概念。本研究的結果在經由第一次後測結果可知，實驗組在各題表現皆顯著優於控制組的答題表現，與上述

研究結果是一致的，顯示撲克牌情境遊戲能有效幫助學生對因數與倍數的學習。

貳、學生的擬題作品類型資料適中的最多

擬題即是學生以自己的數學及生活經驗根據教師所提供的數學問題、擬題策略，自己設計出新的數學問題。擬題類型的分類方式有很多不同的形式，各學者的分類原則亦不盡相同。其中梁淑坤將擬題類型分為算式、文字、圖表、解法、答案和題目六大類，本研究以「題目類」為結構式擬題。所謂「題目類」擬題是指給一個題目，要求學生解出此題目後，再依據現有的題目加以改變，擬出一個新的題目來。

研究者將擬題的作品細分為六類：1.非題目類、2.題目類中的非數學、3.題目類中的不可行、4.題目類中的資料不足、5.題目類中的資料適中、6.題目類中的資料超過。其中學生擬題作品類型共計出現資料適中（89.2%）、資料不足（6.2%）和不可行（4.6%）的等三項。但資料適中（89.2%）是最多的，因此學生擬題成功率很高。

學生在擬題中最常改變數字，其次是事物，題目結構則是最少，此與吳進寶的研究結果一致。但隨著擬題次數增加，僅改變數字結構者降低，反倒是改變事物次數逐次增加，顯示學生逐漸熟悉對於題目結構的掌握，若再多次練習可能效果會更顯著。

參、擬題教學有效提高文字應用題解題率

擬題（Problem Posing）的活動，不但可看出孩童心目中對問題的認知結構，同時擬題有助於解題歷程中對問題瞭解能力的建立，以及歷程回顧習慣和能力之培養，正可以評估學生「逆向」思考能力，了解學生心中對問題的認知結構及數學概念，有助於數學文字題的解題，更提供學生一些討論、思考和想像的機會，藉以提昇學生的創造力。波蘭數學家Polya提到解題的過程共有四個階段：了解問題（Understand）→擬定一個計劃（Plan）→執行計劃（Carry Out）→驗算與回顧（Look Back）。如果解題者也是擬題者，不但當然清楚題目的內容，而且

在解題時也許會想出新的題目來，然後再策劃、再解題。學生不段透過由自己或同儕創造的問題，自己動手去做，不但能激起學生相當大的好奇心，還讓學生有更完整的數學經驗。

本研究在擬題活動前的第一次後測的應用題的解題答對率92.8%及67.8%，相較於擬題活動後的第二次後測的應用題的解題答對率分別為100%、96%、92%，顯示「擬題融入因數和倍數教學活動」對於文字應用題的解題正確率有正向的影響。

肆、學生對公因數的文字解題表現較差

塗金堂⁷⁶研究發現學生以「表面結構」或「深層結構」兩種面向作為相似性問題類型的分類依據。採用表面結構相似的分類依據，並不利類似解題經驗的遷移，而以相似的深層結構作為分類依據的學生，則能藉由相似解題基模的遷移，增進其數學解題表現。

本研究發現：經過情境遊戲教學、擬題教學後，學生在解因數與倍數的文字應用題時，較會使用正確的解題策略，因此整體而言學習表現是顯著相關的，相較之下，學生對公因數的文字解題，是表現較差的。數學解題表現較差的學生，都以「表面結構」作為分類的依據；大部分數學解題表現較佳的學生，都採用「深層結構」作為分類依據，也有少部分採用「表面結構」作為分類的依據；而多數數學解題表現滿分的學生，能完全採用「深層結構」作為分類標準，而數學解題表現較差的學生，則未採用此種分類依據。

本研究發現與塗金堂（2007）研究結果一致，顯示學生並未了解應用文字題中的「找公因數」的關鍵字。為了提升學生數學文字題的解題能力，建議國小教師在教學的歷程中，應強調數學文字題問題結構的重要性⁷⁷。

⁷⁶塗金堂，「國小學生數學文字題問題結構與數學解題表現之相關研究」，**屏東教育大學學報**，第26期（2007年3月），頁130。

⁷⁷塗金堂，「國小學生數學文字題問題結構與數學解題表現之相關研究」，頁129。

伍、學生解題錯誤最大的因素是忽視目的條件與理解不足

Mayer 認知發展理論認為數學解題歷程會涉及語文知識(Linguistic Knowledge)、語意知識(Semantic Knowledge)、基模知識(Schematic Knowledge)、策略性知識(Strategic Knowledge)、程序性知識(Procedural Knowledge) 五種，其中前三種知識則是形成問題表徵的重要關鍵，解題者要先整理題意，把「語文理解」轉換成「形式數學」，也就是按照題意列式。何欣玫（2005）認為因數與倍數概念之錯誤類型：（一）語言概念錯誤，包括題意了解錯誤、語意知識不足、專有名詞概念混淆；（二）認知概念錯誤，包括運思能力不足、粗心錯誤、運算系統錯誤、直觀法則影響；（三）策略概念錯誤，包括解題策略錯誤、計劃監控失誤；（四）個人態度錯誤，包括厭惡思考、猜測。

本研究與何欣玫（2005）的研究結果一致，學生解題錯誤的歸因在誤解題目語句意義，是語言知識和語意知識的問題；公因數和公倍數的概念混淆，是基模知識的問題；忽視題目的條件，解題計畫錯誤，是策略知識的問題。結果顯示，學生解題計畫錯誤最大的因素是，學生忽視題目的條件的策略知識理解不足所致。

第二節 建議

壹、因數與倍數的教學方面

在學生學習日記中，表達最多的是「原來數學可以這麼『玩』」的高度學習熱情，以往對數學感到害怕的低成就學童，也期待下次上課的機會，顯示學生對情境遊戲教學、擬題教學的接受程度很高。因此教師可利用情境遊戲的引導，經由擬題活動的練習，達到對因數與倍數單元的精熟學習。

貳、對於未來研究方向的建議

由於本研究一些研究限制，使得結果無法做一般有效的情境推論，但仍可做相關研究之參考。建議未來研究可考慮以下幾點：

- 一、研究對象：可擴及其他年齡的學生。
- 二、教材內容：可考慮其他數學單元，如比率與百分率、怎樣解題等。
- 三、擬題方式：除了梁淑坤的題目法外，亦可參考其他學者的擬題方法。

參考書目

中文部分

一、專書

佐藤學，**學習的革命 從教室出發的改革**（台北：天下雜誌，2012年）。

張新仁、方吉正，**學習與教學新趨勢**（台北：心理出版社，2003年）。

黃永和，**情境學習與教學研究**（台北：國立編譯館，2009年）。

二、譯著

George Polya 著，蔡坤憲譯，**怎樣解題「How to solve it」**（台北：天下遠見出版社，2006年）。

三、期刊文章

王詩惠，「因數教學模組之設計—我們都是一家族」，**國教輔導雙月刊**，第43卷第1期（2003年10月），頁32-38。

古明峰，「孩子為什麼怕數學：談數學焦慮」，**國教世紀**，第175期（1997年4月），頁175。

古明峰，「加減法應用題語文知識對問題難度之影響暨動態評量在應用問題之學習與遷移歷程上研究」，**新竹師院學報**，第11期（1998年），頁394。

古明峰，「數學應用題的解題認知歷程之探討」，**教育研究資訊**，第6卷第3期（1998年5月），頁64-65。

林原宏、何欣玫，「因數與倍數之解題溝通能力測驗編製及其實證探究」，**測驗統計年刊**，第十三輯（2005年），頁171-208。

林碧珍，「教師如何培養學生形成數學問題的能力」，**國教世紀**，第198期（2001年），頁5-6。

馬秀蘭，「發展問題知識—以數學能力低學童對乘除法算式為例」，**高雄師大學報**，第23期（2007年），頁101-102。

張景媛，「數學文字題錯誤概念分析及學生建構數學概念的研究」，**教育心理學**

報，第 27 期（1994 年），頁 175-176。

黃國勳、劉祥通，「撲克牌融入因數教學之創意教學行動研究」，**教育研究集刊**，第 51 輯第 1 期（2005 年 3 月），頁 95-129。

黃培甄，「國小六年級因數與倍數單元之創新架構研究」，**南大學報**，第 39 卷第 1 期（2005 年），頁 61~89。

塗金堂，「國小學生數學文字題問題結構與數學解題表現之相關研究」，**屏東教育大學學報**，第 26 期（2007 年 3 月），頁 129-130。

四、論文

于國善，**國小學童因數補救教學之個案分析**（屏東：國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，2004 年）。

吳進寶，**國小五年級擬題教學之研究-以整數四則混合運算為例**（高雄：國立中山大學教育研究所碩士在職專班碩士論文，2005 年）。

林群雄，「教」與「學」之成長實錄-擬題活動教學融入國小三年級數學課堂之行動研究（高雄：國立中山大學教育研究所碩士在職專班碩士論文，2004 年）。

林晴滢，**生活情境融入文字題之小組教學探究**（嘉義：國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文，2009 年）。

康滋容，**擬題活動對國小二年級學生解題能力和擬題能力的影響**（屏東：國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，2005 年）。

陳金章，**擬題活動融入國小五年級數學學習對數學解題表現、數學學習態度影響之研究**（屏東：國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，2007 年）。

陳淑芳，**擬題活動融入小數乘除問題補救教學之研究～以受暗隱模式影響之迷思概念為例**（屏東：國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，2006 年）。

五、報刊與網路資料

「害怕數學，研究：女勝於男」，中央社新聞網，<http://www.cna.com.tw/Views/Page/Search/hyDetailws.aspx?qid=201207100298&q=%e5%ae%b3%e6%80%95%e6%95%b8%e5%ad%b8>，2012年07月10日取用。

「90年暫行綱要」，國民教育社群網，http://teach.eje.edu.tw/9CC2/9cc_90.php，2012年8月20日取用。

「國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域」，國民教育社群網，http://teach.eje.edu.tw/9CC2/9cc_97.php，2012年8月20日取用。

「十二年國民基本教育實施計畫配套措施：配套措施 2 中小學課程連貫與統整方案 2-1 建置十二年一貫課程體系方案」，教育部十二年國民基本教育網，<http://12basic.edu.tw/draft/index.html>，2012年8月20日取用。

「擬題的研究及其在課程的角色」，教育部台灣省國民學校教師研習會，<http://www.naer.edu.tw/naerResource/study/217/12.htm>，2013年2月12日取用。

英文部分

I. Books

- Barth, R. S. 1990. *Improving Schools From Whithin*. San Francisco : Jossey-Bass.
- Bunge, Mario. 1996. *Finding Philosophy in Social Science*. Connecticut: Yale University Press.
- Collins, A., and Bielaczyc, K. 1999. *Instructional-design Theories and Models (volume 2)* . NJ : Lawrence Erlbaum.
- E., Stoyanova, and F., Ellerton N.1995. "A framework for research into students' problem posing in school mathematics", *presented for Technology in mathematics education: the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA)*. University of Melbourne : proceedings of the 19th annual conference.
- Lave, J., and Wenger, E. 1991. *Situated Learning : Legitimate Peripheral Participation*. New York: Cambridge University Press.
- Miller, L. 1998. *International Handbook of Educational Change (Part One)* . Dordrecht : Kluwer.
- Myers ,C. B.,and Simpson, D. J. 1998. *Re-Creating Schools : Places Where Everyone Learns and Likes*. Thousand Oaks, CA : Corwin.
- Rogoff, Barbara. 1990. *Apprenticeship in Thinking : Cognitive Development in Social Context*. New York: Oxford University Press.
- Rogoff , Barbara. 1995. *Sociocultural Studies of Mind*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wilson, B. G. 1996. *Constructivist Learning Environments : Case Studies In Instructional Design*. NJ : Educational Technology.

II. Articles

- Brown , Stephen I., and Walter , Marion I. 1983. "Problem Posing in Mathematics Education" , *Questioning Exchange*, No. 2 , pp. 121-131.
- Brown, J. S., Collins, A., and Duguid, P. 1989. "Situated Cognition and the Culture of

Learning ”, *Educational Researcher*, Vol. 8, No. 1, pp. 33-34.

Silver, Edward A. 1981. “Recall of mathematical problem information: Solving related problems”, *National Council of Teachers of Mathematics*, No. 12, Jan, pp. 54-64.

Silver, Edward A. 1994. “On Mathematical Problem Posing ”, *For the Learning of Mathematics*, No. 1, Feb, pp. 19-20.

T., Dillon J. 1982. “ Problem finding and solving”, *The Journal of Creative Behavior*, Vol. 16, No. 2, June, pp. 97-111.

附錄

附錄一 「因數與倍數」學習單一

1. 已知 $9 \times 6 = 54$ ，請問：

五年__班 姓名_____

- (1) () 9是54的①因數②倍數③公因數④公倍數
- (2) () 6是54的①因數②倍數③公因數④公倍數
- (3) () 54是9和6的①因數②倍數③公因數④公倍數

2. 已知 $8 \div 4 = 2$ ，請問：

- (1) () 4是8的①因數②倍數③公因數④公倍數
- (2) () 8是2的①因數②倍數③公因數④公倍數
- (3) () 8是2和4的①因數②倍數③公因數④公倍數

3. 小朋友，你能分清楚因數、倍數、公因數、公倍數嗎？請回答下列問題：

- (1) () 12是4和3的①公因數②公倍數③因數④倍數
- (2) () 24是6的①公因數②公倍數③因數④倍數
- (3) () 3是12和15的①因數②倍數③公因數④公倍數
- (4) () 7是14的①因數②倍數③公因數④公倍數
- (5) () 4和6的公倍數是①20 ②1 ③12 ④2

4. 秉寬有四十幾顆糖果，每次拿3顆剛好可以拿完，每次拿4顆也剛好可以拿完，請問秉寬這一堆糖果可能有幾顆？

5. 龍津國小五年乙班有16個男生和12個女生要如何分組，才能使每一組的男女生人數一樣多，而且剛好分完？請說明你的做法。

我的說明：

附錄二 「因數與倍數」數學應用題學習單

小朋友，相信你們都已學過數學課本上「因數與倍數」的單元，為了幫助你們更瞭解「因數與倍數」的內容，老師準備了 10 題數學應用問題，請你們先算出這些題目的解答，然後再把你認為「相像」的題目，分成相同的一類。

下面有幾個重點需要你注意和配合的：

1. 先把10題數學應用問題的解答，計算在試題紙上，然後把你認為相像的題目，分成相同的一類。
2. 分類時只要你認為題目與題目之間具有相像的關係，就可以分為同一類。你要分成多少類都可以，所分的每一類並沒有規定一定要多少道數學應用問題才可以。
3. 如果有某一道題目找不到與它相像的題目，就可以把這個題目單獨分為一類。
4. 每一道數學應用問題只能被分在一個類別中，不可以一道題目被分在兩個不同的類別。
5. 分類完成後，把同一類的題目號碼，寫在答案卷左邊「分類的類別」欄，同時把分類的理由，寫在答案卷右邊「分類的理由」欄。

寫完答案卷後，請檢查一遍，看看你所分的每一類是不是已經寫在答案卷上，同時看看是不是將分類的理由也寫在答案卷上了。

謝謝你們的合作！

分類作業的 10 道數學應用題

班級：五年_____班 姓名：_____ 座號：_____號

1. 老師準備了 72 份禮物分給小朋友，剛好分完而沒有剩下，已知班上約三十幾個小朋友，班上共有幾個小朋友？
2. 一箱飲料有三十幾罐，平分成 4 堆或 6 堆，都剛好分完，這箱飲料有幾罐？
3. 將 27 個李子分成若干包，每包都一樣多，全部分完，可以怎麼分呢？
4. 把 48 個蘋果分成每盒一樣多，全部分完，一盒有幾個？可以有幾種分法？
5. 小翔買了四十幾張遊戲王卡，平分成 6 盒、7 盒，都剛好分完，小翔買了幾張遊戲王卡？

6. 一盒彈珠有二十幾顆，每 3 顆裝成一包可以裝完，每 4 顆裝成一包，也可以裝完，這盒彈珠有多少顆？
7. 老師有 16 枝鉛筆和 20 枝原子筆，要分給小朋友，每個人分到的鉛筆一樣多，原子筆也一樣多，請問有哪幾種分法？
8. 老師有五十幾枝筆，平分成 6 包、9 包，都剛好分完，老師有幾枝筆？
9. 有六十幾個蘋果，每 8 個裝成 1 盒，剛好分完，共有幾個蘋果？
10. 將 16 顆牛奶糖和 24 顆巧克力分給學生，每個學生分到的牛奶糖一樣多，巧克力也一樣多，全部分完，有哪幾種分法？

10 道數學應用題的分類表格

小朋友，請把你所分的類別，將同一類的題目號碼寫在左邊「分類的類別」中，同時將這些題目分成同一類的理由，寫在右邊「分類的理由」中

分類的類別	分類的理由