行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

動態最佳化訂單式生產計畫模型之研究
研究成果報告(精簡版)

計 畫 類 別 ：個別型
計 畫 編 號 ：NSC 100-2410-H-343-024-
執 行 期 間 ：100 年 08 月 01 日至 101 年 07 月 31 日
執 行 單 位 ：南華大學企業管理系

計畫主持人：黃國忠

計畫參與人員：博士班研究生-兼任助理人員：陳維文

公 開 資 訊 ：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 101 年 10 月 31 日

中 文 摘 要 ： 訂單式生產係指在接到訂單後，廠商才會依照顧客的需求而開始生產商品，此時生產決策者在承接訂單時所面臨的問題，即應以何種生產速率來從事生產、在何時生產，才能如期交貨並使得總成本為最小。Kamien and Schwartz (1991)、陳淼勝與蔡福建 (2008)藉由數學模式的建構與分析，來探討單一交貨日期的最佳生產計畫問題；Chen and Tsai (2008)則進一步將研究推廣為二個不同交貨日期的最佳生產計畫模式。本專題研究計畫延伸此一概念，考慮多個不同交貨日期的訂單式生產計畫問題，透過數學模式的建構，變分法與探討端點不等式限制式之角點條件的求解，尋求最佳的生產計畫，使完成訂單合約所需的總成本為最小；此外，亦探討與分析各種決策變數與參數的特性，歸納出一個適合訂單式生產的一般化生產計畫決策準則，藉以幫助生產決策者在實務應用上做出較有效的決策。

中文關鍵詞： 尤拉方程式、變分法、角點條件、產能

英 文 摘 要 ： Make-to-order means that a manufactory starts the production process according to customers' requirements. Production decision-makers suffer from a problem that how to determine the production rate and starting point to achieve the minimum total cost including production operating cost and inventory cost. Kamien and Schwartz (1991) and Chen and Tsai (2008) separately studied the problem of optimal production plan with single delivery date by constructing, solving and analyzing a mathematical model. The model is further extended to the case of two different delivery dates by Chen and Tsai (2008). In this project, we intend to investigate the problem of optimal production plan with different delivery dates. A generalization of the mathematical model is constructed, and the optimal production plan is obtained by using calculus of variations and discussion of corner condition about endpoint of inequality. Conditions for optimal production rate and optimal starting point are derived, and an analysis is also performed to have some knowledge about the characteristics of decision variables and parameters. And a working rule for the generalized optimal production plan of make-to-order is provided for production decision-makers in practical

application.

英文關鍵詞： Euler equation, calculus of variations, corner condition, production capacity

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 ☑成果報告 □期中進度報告

動態最佳化訂單式生產計畫模型之研究

計畫類別：☑個別型計畫　□整合型計畫
計畫編號：NSC 100－2410－H－343－024－
執行期間：2011 年 08 月 01 日至 2012 年 07 月 31 日

執行機構及系所：南華大學企業管理系

計畫主持人：黃國忠
共同主持人：
計畫參與人員：陳維文

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)：☑精簡報告　□完整報告

本計畫除繳交成果報告外，另須繳交以下出國心得報告：
□赴國外出差或研習心得報告
□赴大陸地區出差或研習心得報告
□出席國際學術會議心得報告
□國際合作研究計畫國外研究報告

處理方式：除列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢
□涉及專利或其他智慧財產權，□一年□二年後可公開查詢

中　華　民　國 101 年 10 月 31 日

中文摘要

訂單式生產係指在接到訂單後，廠商才會依照顧客的需求而開始生產商品，此時生產決策者在承接訂單時所面臨的問題，即應以何種生產速率來從事生產、在何時生產，才能如期交貨並使得總成本為最小。Kamien and Schwartz (1991)、陳淼勝與蔡福建 (2008)藉由數學模式的建構與分析，來探討單一交貨日期的最佳生產計畫問題；Chen and Tsai (2008)則進一步將研究推廣為二個不同交貨日期的最佳生產計畫模式。本專題研究計畫延伸此一概念，考慮多個不同交貨日期的訂單式生產計畫問題，透過數學模式的建構，變分法與探討端點不等式限制式之角點條件的求解，尋求最佳的生產計畫，使完成訂單合約所需的總成本為最小；此外，亦探討與分析各種決策變數與參數的特性，歸納出一個適合訂單式生產的一般化生產計畫決策準則，藉以幫助生產決策者在實務應用上做出較有效的決策。

關鍵詞：尤拉方程式、變分法、角點條件、產能

英文摘要

Make-to-order means that a manufactory starts the production process according to customers' requirements. Production decision-makers suffer from a problem that how to determine the production rate and starting point to achieve the minimum total cost including production operating cost and inventory cost. Kamien and Schwartz (1991) and Chen and Tsai (2008) separately studied the problem of optimal production plan with single delivery date by constructing, solving and analyzing a mathematical model. The model is further extended to the case of two different delivery dates by Chen and Tsai (2008). In this project, we intend to investigate the problem of optimal production plan with N different delivery dates. A generalization of the mathematical model is constructed, and the optimal production plan is obtained by using calculus of variations and discussion of corner condition about endpoint of inequality. Conditions for optimal production rate and optimal starting point are derived, and an analysis is also performed to have some knowledge about the characteristics of decision variables and parameters. And a working rule for the generalized optimal production plan of make-to-order is provided for production decision-makers in practical application.

Keywords：Euler equation, calculus of variations, corner condition, production capacity

報告內容

一、前言

在有關商品的生產製程中，若顧客的消費需求存在且變化不大，生產者可以先行生產，並預先存放些許的基本存貨量，以因應緊急之需求；此種產品的生產線經常都是持續不斷的運作生產，生產者並可隨時接受顧客的訂單、隨時出貨。但是，某些類型之商品的生產方式係在接到顧客的訂單後，應依照顧客的訂單需求，包含產品的規格、數量、交貨時間等特殊需求，才開始設計並規劃產品的生產計畫，期能符合顧客的訂單需求，此種生產方式即可稱為訂單式生產（make-to-order）。

訂單式生產可說是一種客製化的生產方式，因此不能事先生產商品，必須在接到顧客的訂單之後才得以進行，若是有緊急訂單（rush order）的情形發生，必將嚴重影響正常的生產排程；實務上，緊急訂單卻又是個經常發生的問題，因此，如何規劃生產排程是一個相當重要的議題。常見的排程方式多以最小到期日之派工法則為主，實務上若是遇到緊急訂單或插單生產時，重新排程常會大幅度更動原有排程之結果，生產決策者若依據主觀的經驗判斷，可能導致存貨量過多造成成本增加、訂單交貨日期上的延遲，乃至於對廠商整體商譽的影響等。

二、研究目的

在過去的文獻中，不論是探討生產存貨系統的隨機模式，或是考慮廠房機器設備的可靠度、生產資源的可用性或是多階段生產模式，全是針對單一交貨日期的生產計畫問題，如 Chen and Lan (2001a；2001b)、Horiguchi et al. (2001)、Grubbstrom and Wang (2003)等研究；然而，有關多個交貨日期之訂單式生產的議題，甚至顯少提到探討動態生產（dynamic production）之議題，僅 Kamien and Schwartz (1991) 探討單一交貨日期之訂單式生產計畫最適控制模型，Chen and Tsai (2008)探討到二個不同交貨日期之訂單式生產計畫最適控制模型，因此，本研究試圖推廣 Chen and Tsai (2008)之研究成果，考慮在各時點產能未受到限制的情況下，利用連續動態最佳化的方式來建構 N 個不同交貨日期之訂單式生產計畫模式，並尋求模式的最佳解。

本研究計畫之研究目的說明如下：

1. 建構 N 個不同交貨日期之動態最佳化訂單式生產計畫模式。
2. 探討端點不等式限制式之角點條件，藉此獲知訂單式生產計畫模式最佳解之特性。
3. 推論額外生產量 a_i 之最佳解 a_i^* ，$i = 1, \cdots, (N-1)$ ，彙整出模式最佳解之求解流程。
4. 探討參數變動對模式最佳解的影響，以利生產決策者在實務上的應用。

三、文獻探討

商品的生產必須要先瞭解顧客的消費需求，並使其需求都能得到滿足，企業才能順利獲利。隨著時代的改變，民眾生活形態改變，消費型態亦隨之改變，造成現今消費市場複雜而多變化，消費者對商品的消費需求也趨於多樣化，更難準確預測出顧客的需求。廠商在承接客戶新的訂單合約時，通常還會有些許仍在執行中的舊訂單生產合約，對於生產者來說，隨即面臨各類生產成本（或利潤）的事先評估問題；生產者必須事先評估未來生產期間內可供生產的資源數量是否充足，未來生產期間內各時點之最大產能如何分配，進而決定最佳生產計畫；此外，由於生產製造之高度複雜性及動態性，倘若所需生產之訂單商品數量無法如期交貨，將造成違約而需支付更多的懲罰成本（違約金），此時考慮不承接該筆訂單會是較好選擇（Mohebbi and Choobineh, 2005）。

由於訂單式生產的訂單合約往往使約定於特定時點交足一定數量的商品，生產者為了讓新訂單可以如期交貨，必須重新調配原有生產資源之使用計畫與生產順序，甚至有趕工與製程排擠等情況的產生，如此種種將會導致生產作業成本的增加（Wu and Chen, 1996）；此外，要在眾多競爭廠商之中互相競爭，而能在市場上佔有一席之地，必須要有前置準備上的時間優勢，並能快速做出正確的決策；對於生產決策者來說，就必須事先設計出一個能使該生產過程的整體成本為最小，並能準時交貨的最佳

生產計畫，藉以擴大公司的生產利潤並吸引顧客來此下單，達到生產管理的目標。也因此，生產速率的控制在企業營運上是一個很重要的決策問題（Feichtinger and Harth, 1985；Chen and Lan, 2001a, 2001b；Chen and Chu, 2003）。

若考慮生產作業成本與存貨成本因素，如果過早開始生產或生產速率過快，不但會浪費生產作業成本，同時將快速累積存貨成本，因此，並非為最合適的生產策略；相對來說，如果太晚開始生產或生產速率過慢，可能無法在交貨期限日繳交足夠的商品數量，進而發生違約情事造成損失，此等損失非但包含因延遲交貨或被退貨所造成公司財務上的直接損失，同時會損害公司在商場上的的聲譽，並可能導致失去這些客戶與潛在客戶未來可能的訂單。正如同 Soroush (1999)所言，能符合應交貨日期是現實世界中生產計畫管理實務是最重要的目標，也是公司贏得勝利的關鍵。因此，無論生產資源是否有限制，當生產決策者決定接下一個新訂單，如何決定該新訂單在生產期間內各時點的生產速率，乃是一個重要的生產決策問題；而對多個不同交貨日期的訂單式生產系統，於當期交貨日期前是否必須額外生產商品，且生產多少數量，以應付後一期訂單之所需，亦應重視。

一般說來，產能限制著產量上限，而產能上限更限制著生產速率。因此，在許多文獻模式中，產能上限經常是被假設為固定或充分到可忽略其限制的（Kamien and Schwartz, 1991）。Sox and Muckstadt（1997）強調，如果在未來的生產期間內之每一個時點的產能是可以充分供應或是可以任意擴充需求，則在該時點將沒有必要特別強調產能受限的狀況。假設在整個生產過程中，生產所需的使用資源均能充分無限地供應，也就是考慮產能未受限制的問題，此時，生產決策者必會毫無顧慮的承接新訂單；而在生產實務運作上，對於某一特定商品，顧客常常會有在一個訂單中註明多個不同的交貨數量及交貨日期，即分批送達，或同時有多個訂單而各有其不同的交貨數量及交貨日期；此時對於生產決策者來說，若能規劃出一個具體的最佳生產計畫，以同時完成此多個不同交貨狀況的訂單需求，是一件相當重要的事。

Chen and Tsai (2008)考慮在給定訂單貨品數量與交貨日期的情況下，建構一個各時點產能未受限制之二個不同交貨日期的訂單式生產計畫數學模式，並利用變分法尋求可使總成本為最小的連續時間最佳生產計畫，歸納出一個決策準則提供給管理者在生產實務上之參考。假設生產者在接下二筆新訂單後，在未來的時點T_1、T_2須分別交貨數量B_1、B_2單位的製成品，其中T_1、T_2、B_1、B_2均為已知的參數。假設時間起始時點為0，針對此二個不同交貨日期T_1及T_2之訂單式生產的生產計畫$W(t)$，生產決策者必須決定何時為生產起始時點、並以及使用何種的生產速率$W'(t)$來從事生產，且第一期交貨前必須額外生產多少的數量，才能如期分別交足貨品數量並使得整個生產製程的總成本（含生產作業成本、存貨成本）為最小。假設在時點t之單位生產作業成本與該時點t之生產速率$W'(t)$成正比，即單位生產作業成本為$c_1W'(t)$，其中c_1為給定的非負常數，可得到在時點t之生產作業成本及存貨成本分別為$c_1(W'(t))^2$與$c_2W(t)$，其中c_2為單位時間內之單位貨品的存貨成本（持有成本）；由於在T_1時間點交貨量為B_1單位，因此尚有$W(T_1)-B_1$單位的存貨量會保留至T_2時間點時才一併出清，也因此，在時間區間$[T_1, T_2]$之累積產量函數為$W(t)-B_1$。故在時間區間$[T_{n-1}, T_n]$，$n=1, 2$，之總生產作業成本及總存貨成本分別為$\int_{T_{n-1}}^{T_n} c_1(W'(t))^2dt$以及$\int_{T_{n-1}}^{T_n} c_2(W(t)-\sum_{i=0}^{n-1}B_i)$，則二個不同交貨日期之生產計畫數學模式，可表示如下：

$$(\mathrm{I})\quad \begin{cases} Min\sum_{n=1}^{2}\int_{T_{n-1}}^{T_n}\left[c_1(W'(t))^2+c_2\left(W(t)-\sum_{i=0}^{n-1}B_i\right)\right]dt \\ s.t.\ \ W(0)=0, W(T_1)\ge B_1, W(T_2)=B_1+B_2, W'(t)\ge 0, \forall t\in[0, T_2] \end{cases}$$

利用變數變換的方法，可將模式（I）中之第二個積分式重新表示如下：

$$\int_0^{T_2-T_1}\{c_1[W'(t+T_1)]^2+c_2[W(t+T_1)-W(T_1)]\}dt+c_2[W(T_1)-B_1](T_2-T_1)$$

此時若對於任意給定模式（I）的一個可行解$W(t)$，該可行解$W(t)$可對應一組函數$(w_1, w_2)=(w_1(t), w_2(t))$，其中

$$\begin{cases} w_1(t) = W(t) & ,0 \le t \le T_1 \\ w_2(t) = W(t+T_1) - W(T_1) & ,0 \le t \le T_2 - T_1 \end{cases}$$

反之，若對於任意給定之一組函數$(w_1, w_2) = (w_1(t), w_2(t))$，其中$w_1(t)$為定義在時間區間$[0, T_1]$之增函數，而$w_2(t)$為定義在時間區間$[0, T_2 - T_1]$之增函數，因此，函數$(w_1, w_2)$亦可對應模式（I）之一個可行解$W(t)$。除此之外，由於模式（I）中之限制條件要求$W(T_1) \ge B_1$且$W(T_2) = B_1 + B_2$，故存在一個實數$a$，其中$a \in [0, B_2]$，使得$W(T_1) = B_1 + a$，亦即$w_1(T_1) = B_1 + a$、$w_2(T_2 - T_1) = B_2 - a$。於是模式（I）可進一步表示為

（II） $\underset{a \in [0, B_2]}{Min} \; f(a)$

其中

$$\text{（III）}\quad f(a) = \begin{cases} \underset{(w_1, w_2)}{Min} \int_0^{T_1} [c_1(w_1'(t))^2 + c_2 w_1(t)]dt + \int_0^{T_2 - T_1} [c_1(w_2'(t))^2 + c_2 w_2(t)]dt + c_2[a(T_2 - T_1)] \\ s.t.\; w_1(0) = 0,\; w_1(T_1) = B_1 + a,\; w_1'(t) \ge 0,\; \forall t \in [0, T_1] \\ \quad w_2(0) = 0,\; w_2(T_2 - T_1) = B_2 - a,\; w_2'(t) \ge 0,\; \forall t \in [0, T_2 - T_1] \end{cases}$$

由於單一交貨日之訂單式生產系統中包含兩種情形：取得訂單後即應立即生產（Immediate Production），才能在交貨日有足夠產品數量可以交付；另一種則是延後生產（Deferred Production），即因訂單數量不多無須立即生產，可於一段時間後再行生產。因此，為涵蓋立即生產與延後生產等兩種情形，應考慮較模式（III）更為一般化的模型。若定義$t_{w_1} = Max\{t \mid w_1(t) = 0, t \in [0, T_1]\}$以及$t_{w_2} = Max\{t \mid w_2(t) = 0, t \in [0, T_2 - T_1]\}$，則對於任意給定之函數$(w_1, w_2)$，模式（III）中$f(a)$之二個積分公式可分別改寫為$\int_{t_{w_1}}^{T_1 - T_0} [c_1(w_1'(t))^2 + c_2 w_1(t)]dt$以及$\int_{t_{w_2}}^{T_2 - T_1} [c_1(w_2'(t))^2 + c_2 w_2(t)]dt$，因此，$f(a)$可進一步表示為模式（IV）：

$$\text{（IV）}\quad f(a) = \begin{cases} \underset{w_1,}{Min} \int_{t_{w_1}}^{T_1} [c_1(w_1'(t))^2 + c_2 w_1(t)]dt + \underset{w_2}{Min} \int_{t_{w_2}}^{T_2 - T_1} [c_1(w_2'(t))^2 + c_2 w_2(t)]dt + c_2[a(T_2 - T_1)] \\ s.t.\; w_1(t_{w_1}) = 0,\; t_{w_1} \ge 0,\; w_1(T_1) = B_1 + a,\; w_1'(t) \ge 0,\; \forall t \in [t_{w_1}, T_1] \\ \quad w_2(t_{w_2}) = 0,\; t_{w_2} \ge 0,\; w_2(T_2 - T_1) = B_2 - a,\; w_2'(t) \ge 0,\; \forall t \in [t_{w_2}, T_2 - T_1] \end{cases}$$

對給定之非負實數a，可得模式（IV）之可行解為(w_1, w_2)，其中$w_1(t)$與$w_2(t)$均可視為a的函數。令a^*為模式（II）的最佳解、$W^*(t)$為模式（I）的最佳解；若能尋得最佳解a^*，則就可以得到$W^*(t)$。若令$L_1 = L_1(a)$及$L_2 = L_2(a)$分別為模式（V）、（VI）在其最佳解時的目標函數，其中

$$\text{（V）}\quad \begin{cases} \underset{w_1}{Min} \int_{t_{w_1}}^{T_1} [c_1(w_1'(t))^2 + c_2 w_1(t)]dt \\ s.t.\; w_1(t_{w_1}) = 0,\; t_{w_1} \ge 0,\; w_1(T_1) = B_1 + a,\; w_1'(t) \ge 0,\; \forall t \in [t_{w_1}, T_1] \end{cases}$$

$$\text{（VI）}\quad \begin{cases} \underset{w_2}{Min} \int_{t_{w_2}}^{T_2 - T_1} [c_1(w_2'(t))^2 + c_2 w_2(t)]dt \\ s.t.\; w_2(t_{w_2}) = 0,\; t_{w_2} \ge 0,\; w_2(T_2 - T_1) = B_2 - a,\; w_2'(t) \ge 0,\; \forall t \in [t_{w_2}, T_2 - T_1] \end{cases}$$

則模式（IV）可以改寫成為$f(a) = L_1 + L_2 + c_2 a(T_2 - T_1)$。Chen and Tsai (2008)於是致力於尋找模式最佳解a^*，進而求得最佳生產函數$W^*(t)$。

由 Chen and Tsai (2008)之研究結果可知，模式（II）的最佳解a^*確實滿足最小總成本之充分條件與必要條件，而a之解值可能為 0 或由所得之公式中求算出；不過，由於最佳解a^*的計算並非由當期訂單商品數量B_n與臨界值$c_2(T_n - T_{n-1})^2 / (4c_1)$之間的大小關係來決定，而是由當期生產量$(B_n + a_n - a_{n-1})$所決定，因此，二個不同交貨日期的訂單式生產模式之最佳生產函數$W^*(t)$，無法直接以各張訂單之商品數量多寡來求得，尚須考慮其他條件；事實上，Chen and Tsai (2008)的研究雖然提供了在不同條件下之最佳生產函數$W^*(t)$，但似乎仍有簡化的空間，畢竟其中有部分條件之最佳生產函數$W^*(t)$尚可合併討論(7 種情況應合併為 6 種)；且若將研究進一步推廣為N張訂單之動態最佳化生產計畫模式，過於繁雜

的研究結論對於生產決策者之決策參考助益不大，因此，為瞭解各模式最佳解之間的關係，本研究計畫首先探討端點（Endpoint）不等式限制式之角點條件（Weierstrass-Erdmann Corner Condition），藉此獲知模式（I）最佳解之特性，其後推論模式（II）之最佳解 a^*，並依據相關研究結果，提供一個具體可行之模式（I）最佳解求解流程。

四、研究方法

由於本研究計畫係考慮連續時間的生產控制問題，因此，對於所建構的數學模型之屬性係為變分法（Calculus of Variation）的問題。本研究計畫主要透過數學推導與資料模擬方式進行，數學推導方面主要是利用變分法最佳解必要條件之尤拉方程式（Kamien and Schwartz, 1991）、角點條件、微積分等數學運算技巧來對所建構的數學模型加以求解。

變分法是研究泛函數極值問題的一種數學方法。假設 S 為某一函數集合，若對於任一函數 $w(t)\in S$ 均有一個實數 J 與之對應，其中 S 稱為 J 的容許函數集，則稱 J 為定義在 S 上的泛函數，並記為 $J[w(t)]$。若泛函數 $J[w(t)]$ 在 $w^*(t)\in S$ 處為極小值，則對於任意一個與 $w^*(t)$ 接近的 $w(t)\in S$，都有 $J[w(t)]\ge J[w^*(t)]$。最簡泛函數可表示為 $J[w(t)]=\int_{t_1}^{t_2}F(t,w,w')dt$，其中被積函數 $F=F(t,w,w')$ 包含自變數 t、未知函數 $w(t)$ 及其導函數 $w'(t)$。若欲討論最簡泛函數在固定端點條件下取得極值的必要條件，泛函數和端點條件可表示為：

$$J[w(t)]=\int_{t_1}^{t_2}F[t,w(t),w'(t)]dt$$

$$w(t_1)=w_1,\ \ w(t_2)=w_2 \tag{1}$$

其中 F 具有二階連續偏導函數，容許函數集 S 為滿足(1)式的二階可微函數集合。由變分法理論可知，尤拉方程式

$$F_w-\frac{d}{dt}F_{w'}=0 \tag{2}$$

為泛函數 $J[w(t)]$ 在 $w^*(t)$ 取得極值的必要條件。雖然尤拉方程式(2)的解只是極值的必要條件，但對於實際問題通常無須檢驗是否滿足達到極小值的充分條件，畢竟極小值曲線滿足尤拉方程式(2)，而且一定存在，因此，滿足尤拉方程式(2)的解就是極小值曲線。

以下僅以 Chen and Tsai (2008)之二個不同交貨日期的訂單式生產計畫數學模式之角點條件進行說明。若不考慮模式（I）中之一個限制條件 $W(T_1)\ge B_1$，模式（I）可視為單一交貨日期訂單式生產模式，此時最佳解必滿足尤拉方程式，其中積分常數將由端點條件 $W(0)=0$ 與 $W(T_2)=B_1+B_2$ 所決定；而最佳解應區分為立即生產與延後生產二種情形討論，則是為了符合限制條件 $W'(t)\ge 0$ 之要求。考慮一個決策函數為 $W(t)$ 之最佳化模式

$$\int_{T_0}^{T_2}F(t,W,W')dt \quad \text{限制條件為} \quad W(T_0)=W_{T_0},W(T_2)=W_{T_2},W'(t)\ge 0 \tag{3}$$

其中 $W(t)$ 為片段平滑（Piecewise Smooth）函數；亦即 $W(t)$ 在區間 $[T_0,T_2]$ 上須為連續（Continuous）函數，且除了在少數幾個時點外，須為連續可微（Continuous Derivative）。假設公式(3)之最佳解 $W^*(t)$ 為在區間 $[T_0,T_2]$ 上的片段平滑函數，僅在時點 T_1 上為連續不可微。由於公式(3)之目標函數可表示為

$$\int_{T_0}^{T_2}F(t,W,W')dt=\int_{T_0}^{T_1}F(t,W,W')+\int_{T_1}^{T_2}F(t,W,W')dt \tag{4}$$

假設 $W(T_1)=W_{T_1}$ 且 $W(T_2)=W_{T_2}$，則當 $t\in[0,T_1]$ 時，公式(3)之最佳解 $W^*(t)$ 必為

$$\int_{T_0}^{T_1}F(t,W,W')dt \quad \text{限制條件為} \quad W(T_0)=W_{T_0},W(T_1)=W_{T_1},W'(t)\ge 0 \tag{5}$$

之最佳解；且而當 $t\in[T_1,T_2]$ 時，公式(3)之最佳解 $W^*(t)$ 必為

$$\int_{T_1}^{T_2}F(t,W,W')dt \quad \text{限制條件為} \quad W(T_1)=W_{T_1},W(T_2)=W_{T_2},W'(t)\ge 0 \tag{6}$$

之最佳解。倘若任一子模式(5)、(6)之目標函數值並非最佳，吾人得以該子模式較佳的解取代在各該區

間對應之$W^*(t)$函數關係後，二個子模式目標函數值的和亦將隨之而改進，因此，若$W^*(t)$為公式(3)之最佳解，$W^*(t)$亦為二個子模式(5)、(6)之最佳解，此時最佳解$W^*(t)$在二個區間$[T_0, T_1]$、$[T_1, T_2]$中，均滿足尤拉方程式$F_W = dF_{W'}/dt$。雖然$W^*(t)$在二個區間上均滿足同一尤拉方程式，但由於區間端點的不同將導致積分常數不同的結果，若欲以二個子模式(5)、(6)之最佳解來求得公式(3)之最佳解$W^*(t)$，可藉由端點(T_1, W_{T_1})所需滿足的角點條件來瞭解公式(3)最佳解$W^*(t)$的特性。首先考慮一般化情形，假設T_1與W_{T_1}均可被最佳選取，使得其所對應之目標函數(4)已為最佳數值。相較於T_1與W_{T_1}，對於任何的可能修正數值δT_1、δW_{T_1}，由於$W^*(t)$在區間$[T_0, T_2]$上連續，若子模式(5)之端點(T_1, W_{T_1})變動，則子模式(6)之端點(T_1, W_{T_1})亦隨之變動。為了求得在T_1與W_{T_1}附近些微變動所產生的目標函數(4)之變動量，應先行計算二個子模式(5)、(6)之目標函數變動量。由 Kamien and Schwartz (1991)可知，對於型如$J = \int_{T_{n-1}}^{T_n} F(t, W, W')dt$之目標函數而言，其變動量$\delta J$可表示為

$$\delta J = (F - W'F_{W'})|_{T_n} \delta T_n + F_{W'}|_{T_n} \delta W_{T_n} - (F - W'F_{W'})|_{T_{n-1}} \delta T_{n-1} - F_{W'}|_{T_{n-1}} \delta W_{T_{n-1}}$$
$$+ \int_{T_{n-1}}^{T_n} (F_W - dF_{W'}/dt) h\, dt \tag{7}$$

由於二個子模式之最佳解均應滿足尤拉方程式，故公式(7)中之積分項均等於零；而各時間點T_0、T_1、T_2均假設為已知之固定常數，因此，$\delta T_0 = \delta T_1 = \delta T_2 = 0$，換言之，公式(7)可簡化為$\delta J = F_{W'}|_{T_n} \delta W_{T_n} - F_{W'}|_{T_{n-1}} \delta W_{T_{n-1}}$；就子模式(5)來說，由於$W_{T_0} = 0$，故$\delta W_{T_0} = 0$；而$W_{T_1}$之可能取值僅有下限要求$B_1$，若其值由$W_{T_1}$變動至$(W_{T_1} + \delta W_{T_1})$，該目標函數之變動量為$F_{W'}|_{T_1^-} \delta W_{T_1}$，其中上標“-”表示左極限；就子模式(6)來說，由於$W_{T_2} = B_1 + B_2$，故$\delta W_{T_2} = 0$，而W_{T_1}之取值僅有下限要求B_1，若其值由W_{T_1}變動至$(W_{T_1} + \delta W_{T_1})$，則該目標函數之變動量為$-F_{W'}|_{T_1^+} \delta W_{T_1}$，目標函數(4)之總變動量即為二個子模式(5)、(6)之目標函數變動量的和，亦即

$$\delta J = F_{W'}|_{T_1^-} \delta W_{T_1} - F_{W'}|_{T_1^+} \delta W_{T_1} = (F_{W'}|_{T_1^-} - F_{W'}|_{T_1^+})\delta W_{T_1} \tag{8}$$

由於模式（I）之最佳解$W^*(t)$可使目標函數總成本為最小，對於其他可行解來說，其所對應之總成本必定不會高於最小總成本，因此，總成本總變動量(8)必滿足大於或等於零的條件，即$\delta J \ge 0$。基於限制條件$W(T_1) \ge B_1$，最佳解$W^*(t)$可區分為下列 2 種形式：

1. 當$W^*(T_1) = B_1$（即$a^* = 0$）時，則$\delta W_{T_1} \ge 0$，則在$\delta J \ge 0$的條件下，$(F_{W'}|_{T_1^-} - F_{W'}|_{T_1^+}) \ge 0$，亦即$F_{W'}|_{T_1^-} \ge F_{W'}|_{T_1^+}$；故可將二個不同交貨日期的訂單式生產模式視為由二個單訂單模式所組合而成的，而模式（I）之最佳解$W^*(t)$即為由二個單訂單的訂單式生產模式之最佳生產函數所組成。由於單一訂單生產系統應考慮立即生產或延後生產等 2 種情形，故在此一類型下之訂單式生產問題共須考慮 4($=2^2$)種可能情形。
2. 當$W^*(T_1) > B_1$（即$a^* > 0$）時，則δW_{T_1}符號限制，則在$\delta J \ge 0$的條件下，$(F_{W'}|_{T_1^-} - F_{W'}|_{T_1^+}) = 0$，亦即$F_{W'}|_{T_1^-} = F_{W'}|_{T_1^+}$；也就是說，可將二個不同交貨日期的訂單式生產模式視為一個單訂單模式，即原模式之二張訂單應合併為單一訂單模式求解，模式（I）之最佳解$W^*(t)$即為由二張訂單合併考慮為單一訂單生產模式之最佳生產函數，此一類型之生產系統共須考慮立即生產或延後生產等 2 種情形。

由以上角點條件可知，二個不同交貨日期的訂單式生產之最佳生產函數$W^*(t)$共可區分為二大類型，即應將二張訂單合併考慮為單一單訂單生產模式，或為由二個獨立單訂單生產模式之最佳生產函數所組成，共須考慮 6($=4+2$)種可能情形；然而，Chen and Tsai (2008)卻考慮了 7 種可能情形，換言之，其中一種應與其他情形合併討論。綜合以上分析結果，若將研究進一步推廣為N張訂單之動態最佳化生產計畫模式，角點條件的探討可適度將最佳生產函數$W^*(t)$做一有效的彙整，可提供相關生產決策者較為簡單扼要的實務應用決策參考。

五、結果與討論

假設生產者在接下 N 筆新訂單後，在未來的時點 T_n 必須分別交貨數量 B_n 單位的製成品，其中 T_n 、B_n ，$n=1,\cdots,N$ ，均為已知的參數。假設時間起始時點為 0 ，對於此一 N 個不同交貨日期之訂單式生產的生產計畫 $W(t)$ ，生產決策者必須決定何時為生產起始時點、並以及使用何種的生產速率 $W'(t)$ 來從事生產，且前一期交貨時點前必須額外生產多少的數量，才能如期分別交足貨品數量並使得整個生產製程的總成本（含生產作業成本、存貨成本）為最小。假設在時點 t 之單位生產作業成本與該時點 t 之生產速率 $W'(t)$ 成正比，即單位生產作業成本為 $c_1W'(t)$ ，其中 c_1 為給定的非負常數，可得到在時點 t 之生產作業成本及存貨成本分別為 $c_1(W'(t))^2$ 與 $c_2W(t)$ ，其中 c_2 為單位時間內之單位貨品的存貨成本（持有成本）。若令 $B_0=0$ ，由於在 T_n 時間點交貨量為 B_n 單位，因此尚有 $W(T_n)-\sum_{i=0}^{n}B_i$ 單位的存貨量會保留至 T_{n+1} 時間點才一併出清，也因此，在時間區間 $[T_{n-1},T_n]$ 之累積產量函數為 $W(t)-\sum_{i=0}^{n-1}B_i$ 。故在時間區間 $[T_{n-1},T_n]$ ，$n=1,\cdots,N$ ，之總生產作業成本及總存貨成本分別為

$$\int_{T_{n-1}}^{T_n} c_1(W'(t))^2dt \text{ ，} \int_{T_{n-1}}^{T_n} c_2\left(W(t)-\sum_{i=0}^{n-1}B_i\right)$$

使用 Chen and Tsai (2008)的函數及參數符號，則可以得到 N 個不同交貨日期之生產計畫的數學模式，如下：

$$(\mathrm{I})\quad \begin{cases} Min\sum_{n=1}^{N}\int_{T_{n-1}}^{T_n}\left[c_1(W'(t))^2+c_2\left(W(t)-\sum_{i=0}^{n-1}B_i\right)\right]dt \\ s.t.\ \ W(0)=0, W(T_n)\ge\sum_{i=1}^{n}B_i, W(T_N)=\sum_{i=1}^{N}B_i \\ \quad ,W'(t)\ge 0,\ \forall t\in[0,T_N] \end{cases}$$

利用變數變換的方法，可將模式（I）中之第二、第三個積分式重新表示如下：

$$\int_0^{T_n-T_{n-1}}\{c_1[W'(t+T_{n-1})]^2+c_2[W(t+T_{n-1})-W(T_{n-1})]\}dt+c_2[W(T_{n-1})-B_{n-1}](T_n-T_{n-1})$$

此時若對於任意給定模式（I）的一個可行解 $W(t)$ ，該可行解 $W(t)$ 可對應一組函數 $(w_1,\cdots,w_N)=(w_1(t),\cdots,w_N(t))$ ，其中

$$w_n(t)=W(t+T_{n-1})-W(T_{n-1}),\ 0\le t\le T_n-T_{n-1} \tag{9}$$

反之，若對於任意給定之一組函數 $(w_1,\cdots,w_N)$ ，其中 $w_n(t)$ 為定義在時間區間 $[0,T_n-T_{n-1}]$ 之增函數，則由公式(9)可知，函數 $(w_1,\cdots,w_N)$ 亦可對應模式（I）之一個可行解 $W(t)$ 。除此之外，由於模式（I）中之限制條件要求 $W(T_n)\ge\sum_{i=1}^{n}B_i$ 且 $W(T_N)=\sum_{i=1}^{N}B_i$ ，故存在 $N-1$ 個實數 $a_1,\cdots,a_{N-1}$ ，其中 $a_n\in[0,B_{n+1}]$ ，使得 $W(T_n)=\sum_{i=1}^{n}B_i+a_n$ ，亦即 $w_n(T_n-T_{n-1})=B_n+a_n-a_{n-1}$ ，$n=1,\cdots,N$ ，其中 $T_0=a_0=a_N=0$ 。於是模式（I）可進一步表示為

$$(\mathrm{II})\quad \underset{a_n\in[0,B_{n+1}]}{Min}\ f(a_1,\cdots,a_{N-1})$$

其中

$$(\mathrm{III})\quad f(a_1,\cdots,a_{N-1})=\begin{cases} \underset{(w_1,\cdots,w_N)}{Min}\quad \sum_{n=1}^{N}\int_0^{T_n-T_{n-1}}[c_1(w_n'(t))^2+c_2w_n(t)]dt+c_2\sum_{n=2}^{N}a_{n-1}(T_n-T_{n-1}) \\ s.t.\ w_n(0)=0,\ w_n(T_n-T_{n-1})=B_n+a_n-a_{n-1},\ w_n'(t)\ge 0,\forall t\in[0,T_n-T_{n-1}] \end{cases}$$

由於單一交貨日之訂單式生產系統中包含兩種情形：取得訂單後即應立即生產（Immediate Production），才能在交貨日有足夠產品數量可以交付；另一種則是延後生產（Deferred Production），即因訂單數量不多無須立即生產，可於一段時間後再行生產。因此，為涵蓋立即生產與延後生產等兩種情形，本研究考慮較模式（III）更為一般化的模型，即對於任意給定之函數 $(w_1,\cdots,w_N)$ ，若定義 $t_{w_n}=Max\{t\mid w_n(t)=0,\ t\in[0,T_n-T_{n-1}]\}$ ，則模式（III）中 $f(a_1,\cdots,a_{N-1})$ 可進一步表示為模式（IV）

$$f(a_1,\cdots,a_{N-1})=\begin{cases}\sum_{n=1}^{N}\underset{w_n}{Min}\int_{t_{w_n}}^{T_n-T_{n-1}}[c_1(w_n'(t))^2+c_2w_n(t)]dt+c_2\sum_{n=2}^{N}a_{n-1}(T_n-T_{n-1})\\ s.t.\ w_n(0)=0,\ w_n(T_n-T_{n-1})=B_n+a_n-a_{n-1},\ w_n'(t)\ge 0,\forall t\in[0,T_n-T_{n-1}]\end{cases}$$

對給定之非負實數 $a_1,\cdots,a_{N-1}$，可得模式（IV）之可行解為 $(w_1,\cdots,w_N)$，其中 $(w_1,\cdots,w_N)=(w_1(t),\cdots,w_N(t))$ 均可視為 $a_1,\cdots,a_{N-1}$ 的函數。令 $a_1^*,\cdots,a_{N-1}^*$ 為模式（II）的最佳解、$W^*(t)$ 為模式（I）的最佳解；若能尋得最佳解 $a_1^*,\cdots,a_{N-1}^*$，則就可以得到 $W^*(t)$，因此首先將致力於尋找最佳解 $a_1^*,\cdots,a_{N-1}^*$。

若令 $L_n=L_n(a_1,\cdots,a_{N-1})$ 為模式（V）在其最佳解時的目標函數，其中模式（V）為

$$\begin{cases}\underset{w_n}{Min}\int_{t_{w_n}}^{T_n-T_{n-1}}[c_1(w_n'(t))^2+c_2w_n(t)]dt\\ s.t.\ w_n(t_{w_n})=0,\ \ t_{w_n}\ge 0,\ \ w_n(T_n-T_{n-1})=B_n+a_n-a_{n-1},\ w_n'(t)\ge 0,\ \forall t\in[t_{w_n},T_n-T_{n-1}]\end{cases}$$

則模式（IV）可以改寫成為

$$f(a_1,\cdots,a_{N-1})=\sum_{n=1}^{N}L_n+\sum_{n=2}^{N}c_2a_{n-1}(T_n-T_{n-1})\ 。$$

利用角點性質探討模式最佳解的特性，假設模式之最佳解 $W^*(t)$ 為在區間 $[T_0,T_N]$ 上的片段平滑函數，僅在時點 $T_1,\cdots,T_{N-1}$ 上為連續不可微。根據先前之分析概念，倘若任一子模式之目標函數值並非最佳，吾人得以該子模式較佳的解取代在各該區間對應之 $W^*(t)$ 函數關係後，所有子模式目標函數值的和亦將隨之而改進，因此，若模式之最佳解 $W^*(t)$ 亦為所有子模式之最佳解，此時最佳解 $W^*(t)$ 在各個子區間 $[T_{n-1},T_n]$ 中，均滿足尤拉方程式 $F_W=dF_{W'}/dt$ 。

首先考慮一般化情形，假設 T_n 與 W_{T_n} 均可被最佳選取，為了求得在 T_n 與 W_{T_n} 附近些微變動所產生的目標函數之變動量，應先行計算所有子模式之目標函數變動量。由 Kamien & Schwartz (1991)可知，對於型如 $J=\int_{T_{n-1}}^{T_n}F(t,W,W')dt$ 之目標函數而言，其變動量 δJ 可表示為

$$\delta J=(F-W'F_{W'})\,|_{T_n}\ \delta T_n+F_{W'}\,|_{T_n}\ \delta W_{T_n}-(F-W'F_{W'})\,|_{T_{n-1}}\ \delta T_{n-1}-F_{W'}\,|_{T_{n-1}}\ \delta W_{T_{n-1}}+\int_{T_{n-1}}^{T_n}(F_W-dF_{W'}/dt)h\,dt$$

目標函數之總變動量即為所有子模式之目標函數變動量的和，即

$$\delta J=\sum_{n=1}^{N-1}(F_{W'}\,|_{T_n^-}\ \delta W_{T_n}-F_{W'}\,|_{T_n^+}\ \delta W_{T_n})$$

由於模式之最佳解 $W^*(t)$ 可使目標函數總成本為最小，對於其他可行解來說，其所對應之總成本必定不會高於最小總成本，因此，總成本總變動量必滿足大於或等於零的條件，即 $\delta J\ge 0$。基於限制條件 $W(T_n)\ge\sum_{i=1}^{n}B_i$，最佳解 $W^*(t)$ 可區分為下列形式：N 筆訂單分為 N 個單一階段生產訂單式生產模式；N 筆訂單分為 $N-1$ 個單一階段生產訂單式生產模式，其中 2 筆連續訂單合併而成的單一階段訂單式生產；以此類推，N 筆訂單分為 2 個單一階段生產訂單式生產模式，其中 $N-1$ 筆連續訂單合併而成的單一階段訂單式生產；乃至於所有階段合併而成的單一階段訂單式生產模式之最佳生產函數。

令 $Z_n=\int_{t_{w_n}}^{T_n-T_{n-1}}[c_1(w_n'(t))^2+c_2w_n(t)]dt+c_2a_{n-1}(T_n-T_{n-1})$，利用變分法最佳解必要條件之尤拉方程式（Kamien and Schwartz, 1991）可知，若定義指示變數 I_n 為

$$I_n=\begin{cases}1\quad,(B_n+a_n-a_{n-1})\ge\dfrac{c_2(T_n-T_{n-1})^2}{4c_1}\\[2ex] 0\quad,(B_n+a_n-a_{n-1})<\dfrac{c_2(T_n-T_{n-1})^2}{4c_1}\end{cases}$$

當 $t_{w_n}=0$ 時，$B_n+a_n-a_{n-1}\ge\dfrac{c_2}{4c_1}(T_n-T_{n-1})^2$，亦即當該期生產量 $(B_n+a_n-a_{n-1})$ 大於或等於臨界值

$c_2(T_n - T_{n-1})^2/(4c_1)$ 時，該指示變數 $I_n = 1$，表示所需生產之商品數量較多，需要立即生產，此時最佳生產函數為

$$w_n(t) = \frac{c_2}{4c_1}t^2 + \left[\frac{(B_n + a_n - a_{n-1}) - \frac{c_2}{4c_1}(T_n - T_{n-1})^2}{T_n - T_{n-1}}\right]t, t \in [0, T_n - T_{n-1}]$$

此時 Z_n 之值可以表示為

$$Z_n = -\frac{c_2^2}{48c_1}(T_n - T_{n-1})^2 + \frac{c_2}{2}(T_n - T_{n-1})(B_n + a_n + a_{n-1}) + c_1\frac{(B_n + a_n - a_{n-1})^2}{T_n - T_{n-1}}$$

而當 $0 < t_{w_n} < T_n - T_{n-1}$ 時，$B_n + a_n - a_{n-1} < \frac{c_2}{4c_1}(T_n - T_{n-1})^2$，即若當期生產量 $(B_n + a_n - a_{n-1})$ 小於臨界值 $c_2(T_n - T_{n-1})^2/(4c_1)$，此時指示變數 $I_n = 0$，則應延後生產，此時最佳生產函數為

$$w_n(t) = \frac{c_2}{4c_1}(t - t_{w_n})^2, t \in [t_{w_n}, T_n - T_{n-1}]$$

此時 Z_n 之值則可以表示為

$$Z_n = \frac{4}{3}\sqrt{c_1c_2(B_n + a_n - a_{n-1})^3} + c_2a_{n-1}(T_n - T_{n-1})$$

因此 Z_n 之表示式可以一般化表示為

$$\begin{aligned} Z_n = I_n&\left\{-\frac{c_2^2}{48c_1}(T_n - T_{n-1})^2 + \frac{c_2}{2}(T_n - T_{n-1})(B_n + a_n + a_{n-1}) + c_1\frac{(B_n + a_n - a_{n-1})^2}{T_n - T_{n-1}}\right\} \\ &+ (1 - I_n)\left\{\frac{4}{3}\sqrt{c_1c_2(B_n + a_n - a_{n-1})^3} + c_2a_{n-1}(T_n - T_{n-1})\right\} \end{aligned}$$

由於 Z_n 與 Z_{n+1} 均與 a_n 有關，因此藉由偏微分方法可得一階偏導函數為

$$\frac{\partial Z_n}{\partial a_n} = I_n\left\{\frac{c_2}{2}(T_n - T_{n-1}) + 2c_1\frac{(B_n + a_n - a_{n-1})}{T_n - T_{n-1}}\right\} + (1 - I_n)\left\{2\sqrt{c_1c_2(B_n + a_n - a_{n-1})}\right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_{n+1}}{\partial a_n} = I_{n+1}&\left\{\frac{c_2}{2}(T_{n+1} - T_n) + 2c_1\frac{(B_{n+1} + a_{n+1} - a_n)}{T_{n+1} - T_n}\right\} \\ &+ (1 - I_{n+1})\{-2\sqrt{c_1c_2(B_{n+1} + a_{n+1} - a_n)} + c_2(T_{n+1} - T_n)\} \end{aligned}$$

二階偏導函數則為

$$\frac{\partial^2 Z_n}{\partial a_n^2} = I_n\left\{\frac{2c_1}{T_n - T_{n-1}}\right\} + (1 - I_n)\left\{\sqrt{\frac{c_1c_2}{B_n + a_n - a_{n-1}}}\right\} > 0$$

$$\frac{\partial^2 Z_{n+1}}{\partial a_n^2} = I_{n+1}\left\{\frac{2c_1}{T_{n+1} - T_n}\right\} + (1 - I_{n+1})\left\{\sqrt{\frac{c_1c_2}{B_{n+1} + a_{n+1} - a_n}}\right\} > 0$$

$$\frac{\partial^2 Z_n}{\partial a_n \partial a_{n-1}} = I_n\left\{-\frac{2c_1}{T_n - T_{n-1}}\right\} + (1 - I_n)\left\{-\sqrt{\frac{c_1c_2}{B_n + a_n - a_{n-1}}}\right\} = -\frac{\partial^2 Z_n}{\partial a_n^2} < 0$$

$$\frac{\partial^2 Z_{n+1}}{\partial a_n \partial a_{n+1}} = I_{n+1}\left\{-\frac{2c_1}{T_{n+1} - T_n}\right\} + (1 - I_{n+1})\left\{-\sqrt{\frac{c_1c_2}{B_{n+1} + a_{n+1} - a_n}}\right\} = -\frac{\partial^2 Z_{n+1}}{\partial a_n^2} < 0$$

因此，利用以上二階偏導函數之關係式，$f(a_1, \cdots, a_{N-1}) = \sum_{n=1}^{N} Z_n$ 對應之極值充分條件所需的海賽矩陣（Hessian Matrix）可以一般化表示為

$$\left|H_{n-1}\right| = \prod_{i=1}^{n-1} \frac{\partial^2 Z_i}{\partial a_i^2} + \left|H_{n-2}\right| \frac{\partial^2 Z_n}{\partial a_n \partial a_{n-1}}$$

可證明$\left|H_n\right| > 0$，$\forall n = 1, \cdots, N-1$。由於計算所得之行列式數值均大於零，滿足極小值之充分條件，因此，在一階必要條件中所求得之$a_1, \cdots, a_{N-1}$的解，必為模式之最佳解$a_1^*, \cdots, a_{N-1}^*$。若以$N = 3$為例，亦即三階段訂單式生產之最佳生產函數$W^*(t)$共可區分為四大類型，在單一交貨日之訂單式生產系統須考慮立即生產與延後生產 $2(=2^1)$種情形，且共須考慮 $8(=2^3)$種可能情形。

參考文獻

1. 陳淼勝、蔡福建 (民 97)，各時點產能未受限制之單一交貨期的最佳生產計畫，管理與資訊學報，第 13 卷，77-100 頁。
2. Chen, M. S. & Lan, C. H. (2001a), Dynamic production plan of probabilistic market demand and fixed selling time with unreliable machines and fixed selling time with unreliable machines and obtainable working hour capacity, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 44, pp. 57-66.
3. Chen, M. S. & Lan, C. H. (2001b), Two-stage production with unreliable machine and finite working hour capacity, *International Journal of Information and Management Sciences*, Vol. 12, pp. 11-24.
4. Chen, M. S. & Chu, M. C. (2003), The analysis of optimal control in matching problem between manufacturing and marketing, *European Journal of Operational Research*, Vol. 150, pp. 293-303.
5. Chen, M. S. & Tsai F. C. (2008), The optimal production plan under limited production capacity at any point in time, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 51, pp. 81-94.
6. Feichtinger, G. & Harth, R. (1985), Optimal pricing and production in an inventory model, *European Journal of Operational Research*, Vol. 19, pp. 45-56.
7. Grubbstrom, R. W. & Wang, Z. (2003), A stochastic model of multi-level/multi-stage capacity constrained production-inventory systems, *International Journal of Production Economics*, Vol. 81, pp. 483-494.
8. Horiguchi, K., Raghavan, N., Uzsoy, R. & Venkateswaran, S. (2001), Finite capacity production planning algorithms for a semiconductor wafer fabrication facility, *International Journal of Production Research*, Vol. 39, pp. 825-842.
9. Kamien, M. I. & Schwartz, N. L. (1991), *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*, Second Edition, Elsevier, North Holland.
10. Mohebbi, E. & Choobineh, F. (2005), The impact of component commonality in an assemble-to-order environment under supply and demand uncertainty, *Omega*, Vol. 33, pp. 472-482.
11. Soroush, H. (1999), Sequencing and due-date determination in the stochastic single machine problem with earliness and tardiness costs, *European Journal of Operational Research*, Vol. 113, pp. 450-468.
12. Sox, C. & Muckstadt, J. (1997), Optimization-based planning for the stochastic lot-scheduling problem, *IIE Transactions*, Vol. 29, pp. 349-357.
13. Wu, M. C. & Chen, S. Y. (1996), Cost model for justifying the acceptance of rush orders, *International Journal of Production Research*, Vol. 34, pp. 1963-1974.

國科會補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估 ☑ 達成目標 □ 未達成目標（請說明，以 100 字為限） □ 實驗失敗 □ 因故實驗中斷 □ 其他原因 說明：
2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形： 論文：□已發表 ☑未發表之文稿 □撰寫中 □無 專利：□已獲得 □申請中 ☑無 技轉：□已技轉 □洽談中 ☑無 其他：（以 100 字為限）
3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限） (1) 藉由研究成果的展現，提供動態最佳化訂單式生產計畫模式之生產決策準則，幫助生產決策者在實務應用上做出有效的決策。 (2) 研究成果將投稿於國際學術期刊發表，藉以提高我國國際知名度，並對相關研究領域的發展提供一個新的思考方向。

國科會補助計畫衍生研發成果推廣資料表

日期:2012/10/31

國科會補助計畫	計畫名稱: 動態最佳化訂單式生產計畫模型之研究	
	計畫主持人: 黃國忠	
	計畫編號: 100-2410-H-343-024-	學門領域: 作業研究／數量方法

無研發成果推廣資料

100年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：黃國忠	計畫編號：100-2410-H-343-024-
計畫名稱：動態最佳化訂單式生產計畫模型之研究	

成果項目			量化			單位	備註（質化說明：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）
			實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數(含實際已達成數)	本計畫實際貢獻百分比		
國內	論文著作	期刊論文	0	0	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%		
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（本國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	1	1	100%		參與計畫的人員得以學習如何進行問題的分析，相關文獻的蒐集與探討，增進其對研究領域的瞭解，同時充實研究成員對於研究的方法與步驟的經驗，以及邏輯思維過程與方法的培養，並增進其獨立思考與研究的能力。
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		
國外	論文著作	期刊論文	0	1	100%	篇	研究成果撰寫為期刊論文，投稿於國際學術期刊發表。
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%	章/本	
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	

<table>
<tr><td rowspan="4"></td><td rowspan="4">參與計畫人力（外國籍）</td><td>碩士生</td><td>0</td><td>0</td><td>100%</td><td rowspan="4">人次</td><td></td></tr>
<tr><td>博士生</td><td>0</td><td>0</td><td>100%</td><td></td></tr>
<tr><td>博士後研究員</td><td>0</td><td>0</td><td>100%</td><td></td></tr>
<tr><td>專任助理</td><td>0</td><td>0</td><td>100%</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">其他成果
(無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。)</td><td colspan="6">無</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th>成果項目</th><th>量化</th><th>名稱或內容性質簡述</th></tr>
<tr><td rowspan="8">科教處計畫加填項目</td><td>測驗工具(含質性與量性)</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>課程/模組</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>電腦及網路系統或工具</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>教材</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>舉辦之活動/競賽</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>研討會/工作坊</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>電子報、網站</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>計畫成果推廣之參與（閱聽）人數</td><td>0</td><td></td></tr>
</table>

國科會補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一综合評估。

1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

   ■達成目標

   □未達成目標（請說明，以 100 字為限）

      □實驗失敗

      □因故實驗中斷

      □其他原因

   說明：

2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

   論文：□已發表 ■未發表之文稿 □撰寫中 □無

   專利：□已獲得 □申請中 ■無

   技轉：□已技轉 □洽談中 ■無

   其他：（以 100 字為限）

3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限）

   1.藉由研究成果的展現，提供動態最佳化訂單式生產計畫模式之生產決策準則，幫助生產決策者在實務應用上做出有效的決策。

   2.研究成果將投稿於國際學術期刊發表，藉以提高我國國際知名度，並對相關研究領域的發展提供一個新的思考方向。