

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

製造日期會影響產品新鮮度進而影響消費者購買意願之存 貨控制模式 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型
計畫編號：NSC 100-2410-H-343-025-
執行期間：100年08月01日至101年07月31日
執行單位：南華大學企業管理學系管理科學博士班

計畫主持人：陳焱勝

計畫參與人員：博士班研究生-兼任助理人員：林靜宜

公開資訊：本計畫可公開查詢

中華民國 101 年 10 月 05 日

中文摘要：對食品的銷售而言，售價水準及其新鮮狀況，往往是影響消費者購買意願的重要因素。其中食品的製造日期及有效食用的截止日期，更是消費者進入商店站在貨架前，決定是否購買與決定購買多少數量的參考指標。本文將前述存貨問題，製作成一個可以具體討論的最適售價控制模式。發現模式最佳解的數學技巧、展示最佳解的性質及解釋敏感度分析的意義內容，為本文的主要研究成果。

中文關鍵詞：存貨管理，新鮮，變質，最佳化控制

英文摘要：The validity (effective service life and shelf life) of almost all foods, medicines, flowers and other products will affect product freshness, thereby affecting product consumption effectiveness, in particular, in cases of vaccines that can easily lead to medical malpractice. Due to information asymmetry regarding product safety of consumption or use between the product manufacturer and the consumer, the consumer can often indirectly measure an appropriate purchase amount of a product, according to their potential need for the product, the product manufacturing data, and product effective date. This study proposes a mathematical model for concrete discussion of the inventory problem relating to the feature of product freshness. The findings regarding the nature of the optimal solution, and an explanation of the sensitivity analysis, are the main results of this study.

英文關鍵詞：production inventory management, freshness, deterioration, optimal control

某食品在既定銷售期間之最適售價控制模式

Abstract

對食品的銷售而言，售價水準及其新鮮狀況，往往是影響消費者購買意願的重要因素。其中食品的製造日期及有效食用的截止日期，更是消費者進入商店站在貨架前，決定是否購買與決定購買多少數量的參考指標。本文將前述存貨問題，製作成一個可以具體討論的最適售價控制模式。發現模式最佳解的數學技巧、展示最佳解的性質及解釋敏感度分析的意義內容，為本文的主要研究成果。

Keywords: *production inventory management, freshness, deterioration, optimal control*

1. 緒論

對某種食品之需求者而言，若要確保其購入食品的新鮮品質，最放心的方式就是採取：以食用或使用時間點決定何時下訂單及取得貨品(Chen and Tsai, 2008a, b; Chen and Chen, 2010)。對買入賣出之銷售商而言，若要確保其所銷售食品的新鮮品質，應先確認消費者之需求時點及數量後，才規畫如何生產或如何取得貨品，甚至採取送貨到家的供貨方式。一般而言，食品的生產與銷售過程，往往很難控制達到前述“絕對新鮮”的理想狀況。概因忍受待售全體食品之新鮮度，隨時間經過而降低的情況是普遍存在的。這種普遍存在的貨品屬性，正是具新鮮特質貨品存貨模式，與其他貨品屬性之存貨模式的最大不同處。

檢視存貨模式文獻，我們可以發現涉及貨品新鮮性用語之現存存貨模式約可分為下列二類。第一類是：貨品為隨機需求且其銷售時間為未來某一時點之報童(Newsboy)存貨問題，例如 Anvari, (1987); Chung, (1990); Chen and Chuang, (2000); Chuang, (2000); Douillet and Rabenasolo, (2008) ; Shih, (1973) ; Haji and

Darabi, (2010)。第二類是：貨品量具有隨時間而減少(deteriorate)之退化性存貨問題，例如 Chung and Lin, (2011) ; Dye and Chang, (2005, 2007) ; Dye, Ouyang, and Hsieh, (2007) ; Ouyang, Yang, and Yen (2009) ; YU, (2010)。

第一類貨品之所謂新鮮性用語，乃指其貨品的消費效用時間，就如同報紙是以其出刊時間(日期)為基準，作為有效與無效的二分法區別。因此，前述第一類貨品之新鮮屬性衡量與本文之食品的新鮮屬性衡量不同。即報童存貨問題之消費效用指標為二分法指標，而食品存貨問題之消費效用指標為連續性指標。而第二類退化性貨品的所謂新鮮性用語，乃是用來詮釋：即使在未銷售情況下，其貨品仍會隨時間而導致數量減少(如汽油等具揮發性貨品)。因此，前述第二類貨品的新鮮性用語，與本文之食品的新鮮性用語，二者的實質意義不同。概因食品新鮮度下降現象，乃是所有待售貨品的品質一起隨時間而降低(食品數量並未隨時間減少)；而不是如第二類之退化性貨品數量，會隨時間而減少。

具新鮮性食品，特別是與生產季節有關的農產食品；其可銷售期間大致上是固定的，其售價往往亦須隨市場狀況而呈波動化。本文將以某新鮮性食品的銷售商立場，構建其在銷售期間利潤最大化之下的每一個時點售價控制模式。

透過模式最佳解及其敏感度分析的討論，本文將展示在新鮮性食品存貨管理中，許多有意義的性質。這些具體性質，不僅對食品銷售商的決策實務具應用價值；而且可發現某些“食品新鮮品質”之間變動關係的真相。例如，基於公平交易的思想原則，有許多人直覺上會認為：在其他條件不變下，新鮮度較高食品品的售價，應高於新鮮度較低食品的售價。然而，本文的研究結果卻證明，此項直覺上的判斷是不正確的(詳見本文(2.20))。

2. 符號假設

本文將採用下列符號，闡述並構建新鮮性食品之最適售價控制模式。

2.1 模式參數(模式中的常數)

v ：食品能被有效使用的時間上限。即 v 為從進貨時點 0 開始起算，至該食品能被有效使用(有效食用或使用的截止日)的時間長度。詳言之，食品被製造完成日期，至其有效被使用日期的時間距離，等於時間加上食品被製造完成，並運輸至待售貨架上的時間內距離。

T ：銷售期間之時間長度，即銷售時間區間為 $[0, T]$ 。本模式亦可應用於週期性之食品存貨問題，只是此時，週期 T 是給定的。

h ：單位食品在單位時間內之儲存成本。

c ：單位食品之進貨或生產成本。

A ：The setup cost.

2.2 給定的函數

$r = r(P)$ ： $r(P)$ 為消費者對售價 P 所反映的潛在需求率；所謂潛在需求率就是食品需求者，在獲得售價為 P ，但仍未知食用時間上限為之情況下的需求率。本文假設 $r(P), r(P) = a - bP$ ，式中 a 與 b 皆為正數，為售價 P 的線性函數；其中 $a > 0$ 為潛在需求率上限(因售價 P 下降至 0 時，潛在需求率 $r(P)$ 上升至 a)；且 $\frac{a}{b}$ 為售價上限(因售價 P 上升至時，潛在需求率 $r(P)$ 下降至 0)

(2.1)

$\theta = \theta(t)$ ：消費者在 t 時點進入銷售展示場，並獲知售價為 P 而成為潛在需求者後，當其察覺食品能被有效使用之剩餘時間為 $(v - t)$ 時，仍願意購買之比率；其中 $\theta(t), 0 \leq \theta(t) \leq 1$ ，為時間 t 的遞減函數， $\theta(v) = 0$ 且 $\theta(0) = 1$ 。

(2.2)

如果假設 $\theta(t)$ 為 t 的線性函數，則由(2.2)可得

$$\theta(t) = \frac{v-t}{v}, t \in [0, v] \quad (2.3)$$

我們可假設與等四個參數具有下列關係

$$\frac{a}{b} - (c + Th) \geq 0 \quad (2.4)$$

理由如下：若 T 時點之售價為 p_T ，則由於在期末 T 的時點出售之單位食品之成本(含儲存成本)為 $c + Th$ ，其單位利潤 $p_T - (c + Th)$ 須不小於 0 (若 $p_T - (c + Th) < 0$ ，則表示食品銷售商可減少期初進貨量而縮短銷售期間 T ，以增加利潤)。因此，由(2.1)可得不等式(2.4) $\frac{a}{b} - (c + Th) \geq p_T - (c + Th) \geq 0$ 必須成立。

2.3 時間 $[0, T]$ 上的決策變數

p_t ： t 時點的售價，其中 $t \in [0, T]$ ； p_t 為食品銷售商在 $[0, T]$ 時間區間內的價格控制變數。

I_t ： t 時點待售食品的數量，其中 I 為 $t, t \in [0, T]$ ，的遞減函數。

這表示 \dot{I}_t 為時點 t 的銷售率；因此由(2.1)、(2.2)即(2.3)可得

$$-\dot{I}_t = r(p_t)\theta(t) = (a - bp_t)\frac{v-t}{v} \quad 0 \leq t \leq T \quad v \quad (2.5)$$

從(2.5)可得 p_t 與 \dot{I}_t 有下列關係

$$p_t = \frac{v\dot{I}_t}{b(v-t)} + \frac{a}{b}, \quad t \in [0, T] \quad [0, v] \quad (2.6)$$

應用(2.6)可得，食品銷售商在時間 $[0, T]$ 內的利潤，記作 L ，為

$$L = \int_0^T \left[\left(\frac{v\dot{I}_t}{b(v-t)} + \frac{a}{b} \right) (-\dot{I}_t) - hI_t \right] dt - c \cdot I_0 - A \quad (2.7)$$

3. 數學模式

應用(2.5), (2.6)及(2.7)得知銷售商在時間 $[0, T]$ 內之售價 p_t (或稱存貨變化率 \dot{I}_t)的最適控制模式可表示如下。

$$\begin{cases} \text{Max}_I L(I) = \int_0^T \left[\left(\frac{v\dot{I}_t}{b(v-t)} + \frac{a}{b} \right) (-\dot{I}_t) - hI_t \right] dt - c \cdot I_0 - A \\ \text{s.t. } \dot{I}_t \text{ 存在且爲 } t \in [0, T], \text{ 的連續函數; } \dot{I}_t \leq 0, \quad t \in [0, T] \\ I_T = 0; I_0 \text{ 具自由性 (即 } I_0 \text{ 值可隨可行解 } I \text{ 不同而不同)} \end{cases} \quad (2.8)$$

求模式(2.8)的最佳解

由於模式(2.8)之可行解 I 須滿足限制條件： $\dot{I}_t \leq 0, \quad t \in [0, T]$ ，而使得模式(2.8)不是典型的變分法(calculus of variation)問題。這種非典型變分法問題之最佳解必要條件爲何，是求(2.8)最佳解時，必須先克服的邏輯思維問題。本文採取下列二個步驟求(2.8)的最佳解。

Step 1 忽略(2.8)可行解的限制條件： $\dot{I}_t \leq 0, \quad t \in [0, T]$ ，而考慮下列典型變分法問題。

$$\begin{cases} \text{Max}_I L(I) = \int_0^T \left[\left(\frac{v\dot{I}_t}{b(v-t)} + \frac{a}{b} \right) (-\dot{I}_t) - hI_t \right] dt - c \cdot I_0 - A \\ \text{s.t. } \dot{I}_t \text{ 存在且爲 } t \in [0, T], \text{ 的連續函數; } I_T = 0; I_0 \text{ 具自由性} \end{cases} \quad (2.9)$$

Step 2 假設 $I_t^*, t \in [0, T]$ 爲(2.9)的最佳解，並思考下列問題： a, b, T 與 v 等模式參數值須具備何種關係，才可使得典型變分法問題(2.9)的最佳解 I_t^* ，同時也是非典型變分法問題(2.8)的最佳解。

因爲(2.9)的任一可行解 I ，同時也是(2.8)的可行解，但(2.9)的可行解未必是(2.8)的可行解。

因此，

若能證明(2.9)的最佳解 I_t^* 滿足(2.8)特有的限制條件： $\dot{I}_t \leq 0, \quad t \in [0, T]$ ，則由(2.10)得知同時也是(2.8)的最佳解。

以下我們將採取上述步驟 1 及步驟 2 之思維方法追尋(2.8)的最佳解。

由於(2.9)爲典型的變分法問題，應用現有變分法理論之研究結果可得：(2.9)

最佳解之必要條件如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{由拉方程式：} -h = L_I = \frac{d}{dt} L_I = \frac{d}{dt} \left[\frac{-2v}{b(v-t)} I_t^* - \frac{a}{b} \right] \end{array} \right. \quad (2.12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_0 \text{ 具自由性且爲目標 } L \text{ 的殘值(salvage value)：} \\ \frac{-2}{b} I_0^* - \frac{a}{b} + c = L_I \mid_{t=0} + c = 0 \end{array} \right. \quad (2.13)$$

將(2.12)對 t 積分，再利用(2.13)可得

$$ht + c = \frac{2v}{b(v-t)} I_t^* - \frac{a}{b}, \quad t \in [0, T]$$

利用上式及(2.4)可得

$$I_t^* = \frac{-b}{2v} \left[\left(\frac{a}{b} - c - ht \right) (v-t) \right] \leq 0, \quad t \in [0, T] \quad (2.14)$$

$$I_t^* = \frac{b}{2v} \left[\left(\frac{a}{b} - c - ht \right) (v-t) h \right] \geq 0, \quad t \in [0, T] \quad (2.15)$$

由(2.11)與(2.14)得証：(2.9)的最佳解 I_t^* 同時也是(2.8)的最佳解；亦即上述步

驟 2 問題的答案如下：

考慮(2.14)對 t 積分可得

$$I_t^* - I_0^* = \frac{-b}{2v} \left[\left(\frac{a}{b} - c \right) vt - \left(\frac{a}{b} - c - hv \right) \frac{t^2}{2} + h \frac{t^3}{3} \right], \forall t \in [0, T] \quad (2.16)$$

利用 $I_T^* = 0$ 可得

$$I_0^* = \frac{b}{2v} \left[\left(\frac{a}{b} - c \right) vT - \left(\frac{a}{b} - c - hv \right) \frac{T^2}{2} + h \frac{T^3}{3} \right], \forall t \in [0, T] \quad (2.17)$$

將(2.17)代入(2.16)可得

$$I_t^* = \frac{b}{2v} \left[\left(\frac{a}{b} - c \right) v(T-t) - \left(\frac{a}{b} - c - hv \right) \frac{T^2 - t^2}{2} + h \frac{T^3 - t^3}{3} \right], \forall t \in [0, T] \quad (2.18)$$

利用(2.6)及(2.14)可得

$$\begin{aligned}
p_t^* &= \frac{v}{b(v-t)} \cdot \frac{-b}{2v} \left[\left(\frac{a}{b} - c - ht \right) (v-t) \right] + \frac{a}{b} \\
&= \frac{h}{2}t + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b} + c \right), \forall t \in [0, T]
\end{aligned}
\tag{2.19}$$

從(2.19)可以發現

消費者愈早進場(愈靠近時間 $t = 0$ 進場)購買食品，不但價格愈低，且所購買之食品的新鮮度也愈高。

(2.20)

3. 結論

經濟發展造成社會結構改變，連帶使得職業婦女大量增加；因而傳統的家庭功能亦隨之衰退。傳統家庭功能之一，就是家庭主婦負責食品採購與製作。這種主婦親自為家人準備及製作食品的方式，使得食品之食用品質與安全性提高，食品使用者對於食品來源及內容等資訊亦較清楚，也較能掌握食品之新鮮狀態。然而能掌握食品新鮮狀態的主婦比率已隨社會環境改變而漸降低。在外購食物種類及數量逐漸增加，甚至外食已形成習慣及風尚的今天，具新鮮性食品之最適價格如何控制問題，變成是值得研究的問題。本文將此問題製作成一個非典型變分法問題。

References

1. Anvari, M., (1987), "Optimality criteria and risk in inventory models: the case of the newsboy problem," *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 38, PP. 625-632.
2. Chang, H.J., and Day, C.Y., (2005), "The effect of credit period on the optimal lot size for deteriorating items with time varying demand and deterioration rates," *Asia-Pacific of Operational Research*, Vol. 22(2), PP. 211-227.
3. Chen, M.S., and Chen, Y.C., (2010), "A note on the optimal supply cycle when the

- whole period is stockout,” *Asia-Pacific Journal of Operational research*, Vol.27(5), pp. 611-616.
4. Chen, M.S., and Chuang, C.C., (2000), “An Extended Newsboy Problem with Shortage-level Constraints,” *International Journal of Production Economics*, Vol. 67, pp. 269-277.
 5. Chen, M.S., and Tsai, F.C., (2008a), “The pricing strategy of complete pre-ordered merchandise under discounted profit for maximizing,” *Asia-Pacific Journal of Operational research*, Vol. 25(5), pp. 613-624.
 6. Chen, M.S., and Tsai, F.C., (2008b), “The optimal price and period control of complete pre-ordered merchandise supply,” *International Journal of Operations Research*, Vol.5(3), pp. 225-232.
 7. Chuang, C.C.,(2001), “A Distribution Free Newsboy Problem under Shortage-level Constraints,” *Journal of the Operational Research Society of Japan*, Vol. 44(4), pp. 301-312.
 8. Chung, K.H., (1990), “Risk in inventory models: the case of the newsboy problem – optimality conditions,” *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 41, pp. 173-176.
 9. Chung, K.J., and LIN, S.D., (2011), “The inventory model for trade credit in economic ordering policies of deteriorating items in a supply chain system,” *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 35(6), pp. 3111-3115.
 10. Douillet, P.L., and Rabenasolo, B., (2008), “Robustness analysis of stochastic inventory systems using the newsboy model,” *Production Planning and Control*, Vol. 19(2), PP. 160-170.
 11. Dye, C.Y., and Chang, H.J., (2007), “Purchase - inventory decision models for deteriorating items with a temporary sale price,” *International Journal of Information and Management Sciences*, Vol. 18(1), pp. 17-35.

12. Dye, C.Y., Ouyang, L.Y., and Hsieh, T.P., (2007), "Inventory and pricing strategies for deteriorating items with shortages: a discounted cash flow approach," *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 52(1), pp. 29-40.
13. Haji, M., and Darabi, H., (2010), "A single-period inventory model with inventory update decision- the newsboy problem extension," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 47(5-8), pp. 755-771.
14. Jonas, C.P., Yu, (2010), "Optimal deteriorating items inventory model with a three-echelon supply chain strategic alliance," *Asia-Pacific Journal of Operational research*, Vol. 27(6), pp. 693-711.
15. Ouyang, L.Y., Yang, C.T., and Yen, H.F., (2009), "Optimal order policy for deteriorating items in response to temporary price discount linked to order quantity," *Tamkang Journal of Mathematics*, Vol. 40(4), pp. 383-400.
16. Shih, W., (1973), "A note on Bayesian approach to newsboy inventory problem," *Decision Sciences*, Vol. 4, pp. 184-189.

國科會補助計畫衍生研發成果推廣資料表

日期:2012/07/17

國科會補助計畫	計畫名稱: 製造日期會影響產品新鮮度進而影響消費者購買意願之存貨控制模式
	計畫主持人: 陳森勝
	計畫編號: 100-2410-H-343-025- 學門領域: 科技管理
無研發成果推廣資料	

100 年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：陳森勝		計畫編號：100-2410-H-343-025-					
計畫名稱：製造日期會影響產品新鮮度進而影響消費者購買意願之存貨控制模式							
成果項目		量化			單位	備註（質化說明：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）	
		實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數（含實際已達成數）	本計畫實際貢獻百分比			
國內	論文著作	期刊論文	0	0	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%		
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（本國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	1	1	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		
國外	論文著作	期刊論文	1	1	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%	章/本	
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（外國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		

<p>其他成果 (無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。)</p>	<p>無</p>
--	----------

	成果項目	量化	名稱或內容性質簡述
科 教 處 計 畫 加 填 項 目	測驗工具(含質性與量性)	0	
	課程/模組	0	
	電腦及網路系統或工具	0	
	教材	0	
	舉辦之活動/競賽	0	
	研討會/工作坊	0	
	電子報、網站	0	
	計畫成果推廣之參與(閱聽)人數	0	

國科會補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

達成目標

未達成目標（請說明，以 100 字為限）

實驗失敗

因故實驗中斷

其他原因

說明：

2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

論文： 已發表 未發表之文稿 撰寫中 無

專利： 已獲得 申請中 無

技轉： 已技轉 洽談中 無

其他：（以 100 字為限）

3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限）

對產品的銷售而言，售價水準及其新鮮狀況，往往是影響消費者購買意願的重要因素。其中產品的製造日期及有效食用的截止日期，更是消費者進入商店站在貨架前，決定是否購買與決定購買多少數量的參考指標。本文將前述存貨問題，製作成一個可以具體討論的最適售價控制模式。發現模式最佳解的數學技巧、展示最佳解的性質及解釋敏感度分析的意義內容，為本文的主要研究成果。