

南華大學管理科學研究所碩士論文

A THESIS FOR THE DEGREE OF MASTER OF BUSINESS ADMINISTRATION

GRADUATE INSTITUTE IN MANAGEMENT SCIENCES

NAN HUA UNIVERSITY

發展適用於產險業產值之灰預測模式

GREY PREDICTION MODELS FOR PROPERTY-LIABILITY INSURANCE

COMPANIES IN TAIWAN

指導教授：林水順 博士

ADVISOR : PH.D. SHUI-SHUN LIN

研究生：楊川明

GRADUATE STUDENT : CHUAN-MING YANG

中 華 民 國 九 十 三 年 六 月

南 華 大 學

管理科學研究所

碩士學位論文

發展適用於產險業產值之灰色預測模式

研究生：楊川明

經考試合格特此證明

口試委員：陳大正

林水順

陳勁甫

指導教授：林水順

所 長：陳春茂

口試日期：中華民國 九十三年 五月 二十八 日

謝誌

不知不覺在南華大學的求學生涯已過了兩年。回顧兩年的進修期間，若無許多老師的熱心指導定然無法順利完成學業。首先，特別感謝恩師林水順老師在論文寫作期間，從觀念之啟發、資料之提供、研究問題與架構之確立、電腦技能之提升乃至於文稿之逐字斧正，莫不鉅細靡遺的細心指導，甚至犧牲休假來回應學生的各項相關需求，使得本篇論文能順利完成，也讓我在這兩年的求學生涯獲益匪淺。除了得到學術上的知識以外，對於做人處事上，林老師為人隨和不躁進，凡事按步就班、有條有理的行事風格，可謂學生在人生大學上學習之典範。

在論文口試時承蒙陳勁甫與陳大正兩位老師悉心審閱，並提供許多寶貴建議使得本文更加充實與完備，讓學生受惠良多。另外感謝建國技術學院溫坤禮老師在寫作期間提供軟體上之協助並熱心予以學生指導，在此致上最崇高之敬意。

本篇論文的完成可以說是許多恩情的堆砌，因為除了感謝老師們的協助之外也要感謝國泰世紀產險黃福基先生協助資料之取得，還有同窗好友的關懷與照應，如：明政、智源、木聯與清珍，在我低潮時給予鼓勵讓我難以忘懷。最後，感謝親愛的老婆大人，沒有她的包容與支持勢必無法安心求學而能兩年順利取得學位。在此衷心祝福每位幫助我的人，閤家平安，事事順意。

楊川明 謹誌於
南華大學管理科學研究所
民國九十三年六月

南華大學管理科學研究所九十二學年度第二學期碩士論文摘要

論文題目：發展適用於產險業產值之灰預測模式

研究生：楊川明

指導教授：林水順 博士

論文摘要內容：

預測是政府運作與企業經營的主要工作之一，透過精確的預測能使得政府的各項功能獲得良好的控制與妥善的規劃；而就企業而言則便於日後之行銷策略、人力配置與財務管理等企業功能之開展。

一個產業產值的多少反應了該產業的景氣好壞，而各項產業產值的總合即代表了國家整體的經濟狀況。就產險業而言，因為其有保障個人財產安全與降低企業營運風險之作用，故其產值的多少對國家社會的發展而言扮演了相當重要的角色，所以做好對產險業產值之預測工作便愈顯其迫切性。

本研究根據灰色理論之方法，利用相關部門之原始數據來建構適合本產業產值之 $GM(1,N)$ 模型並分析相關之影響因素。其結果顯示以 $GM(1,1)$ 模型來預測其準確度達 96.45%，而以 $GM(1,N)$ 模型中之 $GM(1,4)$ 模型來預測可達 98.846% 之準確度，表示該產業非常適合以此理論來預測，並可獲得精確之預測成果，故本結論應可提供政府及企業做為產值預測之參考依據。

關鍵詞：產險業，產值，灰預測

Title of Thesis : Grey Prediction Models For Property-Liability Insurance
Company In Taiwan

Name of Institute : Graduate Institute in Management Sciences, Nan Hua
University

Graduate date : June 2003

Degree Conferred : M.B.A.

Name of student : Chuan-Ming Yang

Advisor : Ph.D. Shui-Shun Lin

Abstract

Forecast is one of the major tasks to both government and business operation. Accurate forecast allows government to have fine control and planning over the functions; to businesses, accurate forecast is beneficial to future marketing strategies, human resource allocation, and financial management.

The output value of one industry reflects the economic status of the industry. The sum of all output values indicates the economic situation of the country on a whole. To the property insurance industry, given its purpose of individual asset protection and business risk management, its output value is crucial to the development of the country. Therefore, accurate forecast on the output value of property insurance industry is crucial.

This study, based on Gray Theory, uses the original data of related department to construct GM(1,N) model applicable to the output value and analyzes related factors. The result shows that the use of GM(1,1) in forecast has accuracy as high as 96.45%. GM(1,4) model in GM(1,N) used on forecast has accuracy as high as 98.846%. The result indicates that the industry is suitable for forecast based on Gray Theory for accurate results. Therefore, the study results are provided as reference on output value to government and businesses.

Keywords: Property insurance industry, Output value, Grey Prediction

目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
目 錄	iii
表目錄	v
圖目錄	vii
第一章	緒論.....	1
1.1	研究背景與動機.....	1
1.2	研究目的.....	2
1.3	研究範圍.....	3
1.4	研究方法與步驟.....	4
1.5	研究架構.....	5
第二章	文獻探討.....	6
2.1	我國產業概況分析.....	6
2.1.1	市場概況.....	6
2.1.2	業務概況.....	8
2.2	預測概論.....	13
2.2.1	預測的定義.....	13
2.2.2	產值預測的定義.....	16
2.3	預測方法.....	17
2.3.1	統計預測方法.....	17
2.3.2	定性分析.....	18
2.3.3	因果分析法.....	19
2.3.4	時間序列分析法.....	21
2.4	灰色理論.....	22
2.4.1	灰色系統簡介.....	23
2.4.2	灰色系統之優點.....	25
第三章	灰預測模型之建構方法.....	28
3.1	灰色預測 GM 模型.....	29
3.2	灰色系統之五步建模.....	34

3.3	灰色關聯分析.....	35
3.4	模型檢驗方法.....	39
第四章	灰預測模型的建構與分析.....	42
4.1	GM(1,1)建模.....	42
4.2	灰關聯分析.....	50
4.3	GM(1,N)建模.....	58
4.4	常用時間數列預測方法.....	63
4.5	模型分析與結論.....	66
第五章	結論與建議.....	68
5.1	結論.....	68
5.2	建議.....	69
參考文獻	70
附錄一	76
附錄二	79
附錄三	84
個人簡歷	87

表目錄

表 2.1 產險業家數及其分支機構統計表.....	6
表 2.2 我國產物保險業保費成長率統計表.....	7
表 2.3 產險業保費收入統計表.....	8
表 2.4 台灣產險業按險別之直接簽單保費統計表.....	10
表 2.5 台灣產險業按公司別之直接簽單保費統計表.....	11
表 2.6 台灣產險業 2002 年與 2001 年至第三季保費成長率統計表....	12
表 2.7 灰色預測與各種系統數量預測方法之使用條件.....	27
表 3.1 模型檢定精度表.....	41
表 4.1 財產保險業保費收入統計表.....	42
表 4.2 每四筆一組之建模原始數據組.....	43
表 4.3 每五筆一組之建模原始數據組.....	43
表 4.4 每六筆一組之建模原始數據組.....	44
表 4.5 每七筆一組之建模原始數據組.....	44
表 4.6 每八筆一組之建模原始數據組.....	44
表 4.7 每九筆一組之建模原始數據組.....	44
表 4.8 每十筆一組之建模原始數據組.....	44
表 4.9 第一組預測結果.....	45
表 4.10 第二組預測結果.....	46
表 4.11 第三組預測結果.....	46
表 4.12 第四組預測結果.....	46
表 4.13 第五組預測結果.....	47
表 4.14 第六組預測結果.....	47
表 4.15 第七組預測結果.....	47
表 4.16 四筆一組之 GM(1,1)模型預測結果.....	48
表 4.17 五筆一組之 GM(1,1)模型預測結果.....	48
表 4.18 六筆一組之 GM(1,1)模型預測結果.....	49
表 4.19 七筆一組之 GM(1,1)模型預測結果.....	49
表 4.20 八筆一組之 GM(1,1)模型預測結果.....	49
表 4.21 九筆一組之 GM(1,1)模型預測結果.....	49
表 4.22 十筆一組之 GM(1,1)模型預測結果.....	50
表 4.23 國情統計資料表.....	51
表 4.24 修正後之經濟成長率.....	52
表 4.25 第一組之灰關聯係數表.....	53
表 4.26 第一組之關聯度表.....	53
表 4.27 第二組(82~89 年)之產值與各影響因子數列.....	54

表 4.28	第三組(83~90 年)之產值與各影響因子數列.....	55
表 4.29	第二組之灰關聯係數表.....	55
表 4.30	第二組之關聯度表.....	56
表 4.31	第三組灰關聯係數表.....	56
表 4.32	第三組關聯度表.....	56
表 4.33	各組關聯度值平均表.....	57
表 4.34	辨識係數 ρ 與關聯度 $r_{0,i}$ 平均值對照表.....	57
表 4.35	產值與各影響因子數列.....	59
表 4.36	GM(1,N)模型預測結果.....	62
表 4.37	移動平均法之平均準確度表(K=10).....	63
表 4.38	移動平均法之產值平均準確度總表.....	64
表 4.39	指數平滑法之產值平均準確度總表.....	64
表 4.40	時間迴歸模式之產值平均準確度表.....	66
表 4.41	預測方法準確度比較表.....	67

圖目錄

圖 1.1 論文研究架構圖.....	5
圖 3.1 累加與原始數列關係圖.....	31
圖 3.2 網路模型.....	34
圖 3.3 模型量化模式示意圖.....	35
圖 4.1 GM(1,1)模型平均準確度分析圖.....	50
圖 4.2 產值之趨勢迴歸線.....	65

第一章 緒論

本緒論包括研究背景與動機、研究目的、研究範圍、研究方法與步驟及研究架構，透過此章之論述可清楚建立本研究之輪廓，使之有正確之研究方向與目標。

1.1 研究背景與動機

保險可分為人身保險（簡稱壽險）與財產保險（簡稱產險）。壽險可分為人壽保險、年金保險、傷害保險、健康保險、團體保險、郵政壽險及社會保險，具有促進社會安定，保障個人和家庭經濟安全之作用。而產險主要可分為汽車保險、火災保險、運輸保險、工程保險及其它保險（含責任保險、保證保險、信用保險、傷害保險及其它財產保險），除了保障個人財產安全外，更重要的功能在於降低企業營運風險，使企業免於受天災或其它意外事故的影響而損失，進而間接維護國家整體經濟成長，由現代保險雜誌對一千大製造業作的統計資料結果顯示，整體而言，一千大製造業投保各類財產保險排序為：火災保險、汽車保險、運輸保險、責任保險，各大險種投保的比率，除了運輸保險外，均較四年前的調查結果增加 5%至 6%，這可證明大企業對產險業(property insurance industry)的依賴度日增，也顯示產險業與企業的運營息息相關。尤其近幾年來天災不斷，個人及企業財產之安全與國家經濟成長不斷遭受損失。如 921 地震，當時絕大多數個人及一般企業之財產均無投保地震險，故使得個人、企業乃至於國家遭受空前損失，可見產險對於國家經濟發展扮演相當重要的角色。是故產險業運營好壞與否對整體國家發展相對重要，而運營好壞當然有許多指標來表示，其中最重要的一項是

產值(output value)。因為有產值才能產生各項報表與數據來衡量，如：資金運用表、資產負債表、損益表，……等；而產值的多少間接表示投保狀況，也代表當發生意外事故時產險業能回饋的量，所以對產險業產值的預測有其必要性。2002 年全球產險業因巨災損失及市場低迷，承受極大的壓力，正力求調適，2002 年雖承保狀況略有改善，但承保利潤仍偏低。以產險業採取大量再保險方式分散風險，和謹慎投資策略來看，預期 2003 年若無其它特別賠款，應該可以於當年度逐漸恢復獲利。美國 911 事件後，對承保風險也有新的體認，2002 年美國的企業醜聞風波造成監理趨嚴，再保條件及費率也明顯調升，因此台灣的產險業者對於產品的開發、組合，自留保費的運用也需更為審慎，以因應全球產險市場的變化。而另外一個產險業者所面臨的新選擇，則是如何創造新的產值，2002 年 10 月 1 日正式合併的友聯產險及中國航聯產險，以擴大產值經營規模的目標相當清楚，而新安產險以取得海外支援與東京海上火險公司架構國際水準的經營管理制度，來突破目前以汽車險為主的經營型態，及富邦產險積極與工研院環境安全衛生技術發展中心合作，以提供更專業的風險管理服務來爭取大型業務，這都是為增加產值而採取的策略。而透過精確的產值預測，日後之行銷策略、人力配置及財務管理等企業功能才能展開，並進而達成準確控制各項成本提高競爭力之目標，以穩定企業經營，達成保障個人及企業財產之安全與國家經濟成長之社會責任。

1.2 研究目的

儘管學術界已發展各式各樣的預測理論與技術，但產險業界或因相關人才缺乏，或因決策者較不重視，實務上應用於業界之預測理論與技術相當簡單，如指數平滑法或趨勢比例法，或者完全靠決策者的經驗法則。雖然簡單並節省預測成本，但在如此競爭的經濟環境下卻顯得過於

粗糙。預測過多可能浪費人力與配置，預測不足可能喪失獲利機會，所以發展與應用一個較精準與適切的預測模型已成為產險業當今不可或缺之工具。本研究的目的即在建立一較精準之產值灰預測模式，以提供政府與企業做為產值預測之參考。歸納而言，本研究所欲達成之目的有四：

1. 透過相關文獻的整理，歸納出產險業之現況與預測特性。
2. 針對產險業總產值，建立符合此者之 GM(1,1)灰預測模式。
3. 以灰關聯分析建立因子間之灰關聯序與絕對相關之影響因素。
4. 利用影響因素來測試 GM(1,N)模型，分析並比較其效果，來建構最佳 GM(1,N)模型，以做為預測年度目標之工具。

1.3 研究範圍

產物保險發展至今，保險種類可分為汽車保險、火災保險、海上保險、航空保險、工程保險、責任保險、信用保險、保證保險、傷害保險以及其它保險，市場比率大小不一，其中以汽車保險比率最高。以民國 91 年為例，汽車險產值為 486.6 億佔總產值 1014.3 億之 48%，其比率為所有險種最高，排名第二之火災保險比率為 23%，雖然汽車保險在其所有險種中最具代表性，但因其產值亦包含在總產值之中。故本研究以產險業年產值分別做為建模與驗證之實際數據，其所得之預測模式應具有實務之參考性。

對產值會發生影響的可能因素中，包含有國民所得、消費者物價指數、政府政策、新商品販賣、公司促銷、天災以及同業競價等。有些因素無法以數據予以量化，有些需經過專家訪談給予權重。基於本研究之目的在於找到一可行且預測準確的需求預測模式，故採用量化之分析方法，若將非量化因素導入模式中，須將其轉化為量化之數據。因轉化之過程恐會失真而影響預測準確性，所以在建模時只考慮一些比較明顯且

可量化的因素，並不探討非量化因素的問題。

由於影響因素間可能交互干擾而導致預測失真或無法預測之情況，故本研究將每一影響因素視為獨立因素，只探討因素對總產值之影響，並不分析因素間之互相影響狀況。

1.4 研究方法與步驟

目前一般企業進行各類預測分析時，主要分成定性及定量兩個方向。在進行定量分析時，經常會蒐集過去的歷史資料，分析其發展趨勢，以提供進一步決策的參考。雖然產險業是西元 1960 年後即陸續成立，但各公司創立時間不一，要蒐集長期且完整的歷史資料相當困難。此外，自政府加入 WTO 後，金融保險市場開放，外商快速進入台灣市場，加上本國法令修改如：（1）讓銀行與壽險公司均能兼營產險招攬業務（2）汽車強制險保費的修訂（3）住宅火險修訂為一年期並強制附加地震險，使得產險業的市場環境變動快速，過去的經營環境及市場需求與現在差異甚大，早期的歷史資料是否適用於現況或未來的預測分析，亦值得考慮，故僅能運用短期且為數不多的歷史資料來進行產值的預測分析。

最近幾年，灰色系統理論廣泛地應用在中國大陸學術界上，並且獲得相當好的研究結果（鄧聚龍，民 85），依據灰色理論過去的相關研究顯示其特別適用於短期預測分析，只要 4 筆以上的歷史資料即可獲得令人滿意的預測結果。而這正符合當今產險業產業環境快速變化的特性。因此本研究試圖以灰色理論作為產險業產值預測的方法，並找出影響因子與其之間的關聯性，做為企業決策時之參考，其步驟如下：

1. 為瞭解研究主題的特性，首先蒐集需求預測、產險業經營現況與灰色理論等相關文獻，經由文獻的搜集找出研究此主題的可行方向。
2. 收集實務資料與數據，做為建構產險業產值預測模型的依據。

3. 建構灰預測模型並依據蒐集之數據資料透過個人電腦之GM模型 (Grey Model, 簡稱 GM) 與灰關聯分析程式進行分析，並探討模型的準確性與影響因素。
4. 最後尋找真正之影響因子以建立 GM(1,N) 模型，以提供更準確的產險業產值預測模型。

1.5 研究架構

本研究之架構依章節排列分為五章。第一章敘述本研究之背景動機、目的、範圍限制與方法步驟等，使讀者可清楚的掌握整個研究的流程。第二章蒐集需求預測、產險業經營概況與灰色理論等相關文獻，進行探討分析。第三章針對灰預測模型，深入說明其建構方法與模型檢驗方式。第四章則以實際的數據來建構產值預測模型，並比較各影響因子關聯度大小，找出適合產險業產值的預測模型。第五章提出本研究的結論與建議。

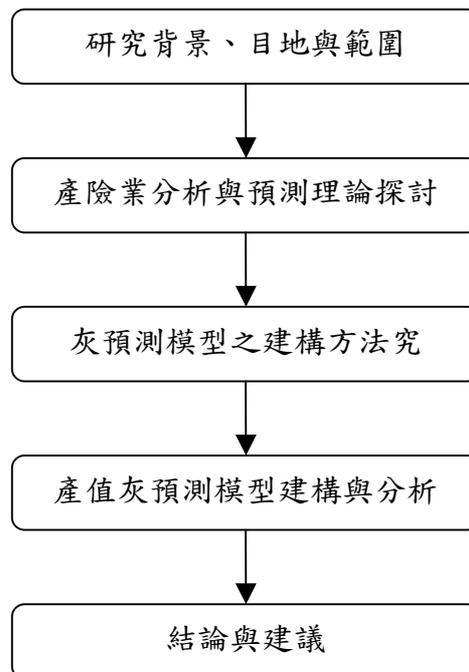


圖 1.1 論文研究架構圖

第二章 文獻探討

本章將對產險市場發展情況做一敘述，並回顧相關的預測文獻包括預測概論、分析方法、灰色理論與人工智慧法，以做為預測模式的理論基礎。

2.1 我國產險業概況分析

透過市場概況及業務概況之介紹，使讀者對產險業之現況有清楚之了解。

2.1.1 市場概況

我國保險市場自民國七十年，允許美商保險公司來台設立分公司營業起，採漸進方式開放，達到市場全面開放之目標。截至九十二年六月底止，國內計有產物保險公司二十五家(其中本國公司含合作社十七家，外商分公司八家)，另有外商在台聯絡處十一家，(見表 2.1)。

表 2.1 產險業家數及其分支機構統計表

年/ 季	產險業 總家數	再保 險業	財產保險業					
			本國總 公司	本國分公 司	本國海 外機構	大陸辦 事處	外國在 台公司	外商聯 絡處
84	25	1	16	119	16	0	9	22
85	29	1	17	122	15	0	12	23
86	26	1	17	123	16	0	9	23
87	27	1	18	130	19	0	9	20
88	28	1	18	144	21	0	10	20
89	29	1	18	150	20	0	11	20
90	27	1	18	163	20	1	9	15
91	26	1	18	161	19	3	8	12
92/2	25	1	17	165	19	5	8	11

資料來源：財團法人保險事業發展中心(民 92)，保險市場重要指標，第 8 頁

過去 20 年中，由於國內經濟快速成長，工商業繁榮，保險業蓬勃發展，至民國 84 年以前，產險業每年保險費均大幅成長，平均年成長率維持在 10% 以上(見表 2.2)。民國 85 年及 86 年，產險業保險費收入呈現負成長情形，一方面由於汽車保險損失率長期居高不下，產險公會重新修訂汽車保險單條款及費率，設定基本自負額並調高費率，杜絕不當的理賠歪風，以致車體損失險承保件數大幅衰退，另一方面則由於財政部於 84 年 6 月修訂「財產保險費率結構」對於附加費用率僅核定為最高上限且對於佣金、利潤及其他費用率不再設限，並允許汽車保險及火災保險對於直接業務得予折讓，市場上出現了前所未有之價格戰，終至市場保費收入轉為負成長局面。監理機關鑒於我國加入 WTO 在即，刻意模糊監理政策，放縱市場自由競爭，致使規章費率制度名存實亡，部份商業火險之費率嚴重侵蝕及純保費，故 87 年火災保險之保費收入亦呈現負成長 11.52% 情形。民國 87 年強制汽車責任保險法通過並實施，民國 88 年 1 月機車亦納入強制投保後，保費收入爰大幅攀升，致民國 88 年呈現 12.33% 之高成長率，惟強制汽車責任險為公辦民營業務，會計帳務採取「無盈無虧」方式，對於產險業而言，並無創造盈餘增強體質之功能。民國 85 年至 91 年產險業各險保費收入成長狀況，(見表 2.3)。

表 2.2 我國產物保險業保費成長率統計表

年度	71	72	73	74	75	76	77
成長率%	9.60	8.88	10.64	8.12	11.07	18.87	26.57
年度	78	79	80	81	82	83	84
成長率%	22.42	11.78	10.78	19.31	13.30	14.12	9.25

資料來源：保險業務發展基金管理委員會，保險年鑑(1982-1995年)

表 2.3 產險業保費收入統計表

年	84	85	86	87	88	89	90	91
火災保險	10697	16443	16825	14886	14764	16692	19754	23627
海上保險	6545	6495	6798	6643	5868	6382	6693	7369
汽車保險	43850	40580	38937	41927	51096	50640	47254	48659
航空保險	1888	1854	1460	2192	2531	1814	2390	3908
工程保險	3289	3366	3736	3737	3597	4265	4585	6267
責任保險	1296	1575	1824	2203	2587	3366	4440	5476
信用保險	307	455	843	2003	1947	2055	2326	2675
其它保險	1866	2206	2258	2331	2817	2621	3387	3452
合計	74864	72974	72681	75922	85207	87835	90830	101433
成長率%	9.25	-2.52	-0.40	4.46	12.23	3.08	3.41	11.67

資料來源：財團法人保險事業發展中心(民 92) ，保險市場重要指標，第 14 頁
註：百萬元以下全部捨去

2.1.2 業務概況

1. 險種別

就累計至 2002 年第三季各險種的簽單保費來說，車險仍是最主要的收入來源，占總保費收入的 47.94%，其他依次為火災保險 23.57%、其他財產及責任保險 18.18%、海上保險 7.48%及航空保險 2.83%；而就各險的成長率來看，各險種與 2001 年同期比較皆呈現成長的局面。

汽車保險部份，2002 年至第三季簽單保費收入達 370 億元，居各險之冠，但較 2001 年同期簽單保費收入僅成長 2.43%，受到汽車銷售量成長不易及車主為減少保費的支出，降低任意險的保額，在汽車部份衰退 2.85%，在費率自由化後，以往車險業務以低價進行市場競爭的方式已無法繼續，公司以積極拓展通路方式，包括與銀行保代合作，與壽險公司

進行策略聯盟等，來有效增加商品的銷售機會。

火災保險部份，2002 年至第三季簽單保費 182 億餘元，與 2001 年同期 141 億餘元相較下，成長 29.04%。主要原因還是國內天災人禍不斷，且在 2001 年財政部已要求火險要納入地震與颱風洪水險，以保障人民生命財產的損失，而國際再保險公司不堪累賠，紛紛調高再保費用或降低理賠上限導致，商業火險的費率大幅調升。於 2002 年 7 月份防火標章已納入商業火險減費項目，希望透過實質的誘因，積極防災來降低損失率。在其他財產及責任保險部份，其簽單保費為 140 億餘元，較 2001 年同期成長 27.42%，其中尤以工程險之成長率達 47.81%，居其他財產及責任保險之首，主要國內許多工程陸續動工及再保市場緊縮，導致保費支出增加。另外，隨著消費者意識抬頭，國內責任險目前占有產險收入約 6.94%，與歐美國家責任險 45%~50%相較，仍有相當大的發展空間，最近市場上出現許多責任險新商品，除了較常見的公共意外險、雇主責任險外，已朝向為專業人員量身訂作如「藥師業務責任險」、「董事、監察人、經理人業務過失責任險」責任險將可望成為保險業的新寵。

而海上保險方面，隨著全球經濟景氣稍許回升，我國進出口貿易在第三季有明顯的增加，加上 2001 年 911 事件之後國際再保市場調高兵險費率，由原先的 0.025%調高至 0.05%，帶動海上保險保費收入增加，2002 年至第三季簽單保費收入 57 億餘元，較 2001 年同期的 50 億餘元成長 14.94%，其中以船體保險的成長幅度最多為 26.59%。

航空險的部份，於 2002 年至第三季上半年的簽單保費約為 21 億元左右，較 2001 年同期成長高達 169.79%。911 事件所衍生的巨額賠款，使國際再保險公司紛紛調高保費，在航空險保單陸續到期後，反應在帳面上的就是巨額的保費收入。(見表 2.4)

表 2.4 台灣產險業按險別之直接簽單保費統計表

險別	2002 年至第三季			2001 年至第三季		
	金額	占有率	成長率	金額	占有率	成長率
火災保險	18,220	23.57%	29.04%	14,120	21.02%	12.96%
海上保險	5,778	7.48%	14.94%	5,027	7.48%	2.83%
貨物運輸保險	3,597	4.65%	12.69%	3,192	4.75%	-3.15%
船體保險	1,576	2.04%	26.59%	1,245	1.85%	22.42%
漁船保險	604	0.78%	2.55%	589	0.88%	2.48%
汽車保險	37,050	47.94%	2.43%	36,171	53.86%	-6.67%
一般汽車保險	23,966	31.01%	2.52%	23,376	34.81%	-4.65%
強制汽車保險	13,083	16.93%	2.26%	12,794	19.05%	-10.14%
(汽車部份)	9,159	11.85%	-2.85%	9,428	14.04%	-6.82%
(機車部份)	3,924	5.08%	16.61%	3,365	5.01%	-18.27%
航空保險	2,188	2.83%	169.79%	811	1.21%	1.01%
其他財產及責任保險	14,054	18.18%	27.42%	11,030	16.42%	18.70%
工程保險	5,367	6.94%	47.81%	3,631	5.41%	6.71%
責任保險	4,142	5.36%	25.90%	3,290	4.90%	31.76%
信用保證保險	1,917	2.48%	12.43%	1,705	2.54%	4.67%
其他財產保險	2,626	3.40%	9.33%	2,402	3.58%	36.30%
合計	77,291	100.00%	15.08%	67,161	100.00%	1.39%

資料來源：財團法人保險事業發展中心資訊處

註：新台幣百萬元以下全部捨去

2. 公司別

在本國公司方面，2002 年至第三季，富邦產險以 168 億餘元的直接簽單保費居業者首位，市場占有率達 21.82%，領先其他同業；其次為明台產險的 70 億餘元，市場占有率為 9.07%；第三則為新光產險，直接簽單保費 56 億餘元，市場占有率為 7.30%，在 2001 年許多金融集團成立金控公司之後，未來金控公司資源整合綜合效益將陸續顯現，一般預期大者恆大的趨勢會更明顯，與競爭者的差距將加大。就 2002 年至第三季的成長率而言，統一安聯產險公司較 2001 年同期成長幅度多達 31.00%，其次為國泰世紀產險公司的 25.26%及友聯產險公司的 24.39%。在外商產險公司方面，2002 年至第三季的簽單保費收入，仍以環球產險 14 億餘元居首；

其次為北美洲產險的 5 億餘元；三井住友產險的 2 億餘元；聯邦產險 1 億餘元，其他外商公司則皆小於 1 億元。

就台灣產險市場而言，仍以本國產險公司簽單業務為主，達 747 億餘元，佔市場比重高達 96.74%；而外商產險公司的直接簽單保費收入僅 25 億餘元，市場佔有率 3.26%。但在成長率方面，與 2001 年同期相較本國產險公司成長 14.93%而外商產險公司成長 19.78%。(見表 2.5)

表 2.5 台灣產險業按公司別之直接簽單保費統計表

公司別	2002 年至第三季			2001 年至第三季		
	金額	占有率	成長率	金額	占有率	成長率
臺產	2,483	3.21%	7.90%	2,301	3.43%	3.88%
中國	3,822	4.95%	11.39%	3,431	5.11%	3.86%
太平	1,783	2.31%	-6.32%	1,903	2.83%	2.18%
中國航聯	2,354	3.05%	-4.16%	2,456	3.66%	-11.10%
富邦	16,866	21.82%	22.98%	13,715	20.42%	4.44%
蘇黎世	3,937	5.09%	13.26%	3,476	5.18%	5.13%
泰安	4,107	5.31%	15.06%	3,569	5.32%	-1.62%
明台	7,013	9.07%	12.31%	6,244	9.30%	-0.09%
中央	4,005	5.18%	12.37%	3,564	5.31%	-7.69%
第一	3,192	4.13%	5.73%	3,019	4.50%	11.40%
國華	2,883	3.73%	9.67%	2,629	3.92%	-13.16%
友聯	3,784	4.90%	24.39%	3,042	4.53%	-0.20%
新光	5,645	7.30%	10.01%	5,131	7.64%	11.60%
華南	2,865	3.71%	13.79%	2,518	3.75%	-9.47%
國泰世紀	4,319	5.59%	25.26%	3,448	5.13%	1.42%
統一安聯	2,538	3.28%	31.00%	1,937	2.88%	13.87%
新安	3,164	4.09%	18.84%	2,662	3.96%	-8.96%
本國公司合計	74,768	96.74%	14.93%	65,054	96.86%	0.83%
外商公司合計	2,523	3.26%	19.78%	2,106	3.14%	22.29%
總計	77,291	100.00%	15.08%	67,161	100.00%	1.39%

資料來源：財團法人保險事業發展中心資訊處

註：新台幣百萬元以下全部捨去

3. 險種別&公司別

2002 年至第三季與 2001 年同期比較，在火災保險部份，本國產險公司以新安產險成長幅度最大達 97.19%，而外商公司為北美洲產險最高達

148.12%的正成長；在海上保險部份，成長率以外商公司表現較為亮眼，聯邦產險因在第三季有較高額保單承保及第二季部分保費到期使成長幅度高達 5233.24%；汽車保險較無突出的表現；航空保險部份，國泰世紀正成長達 5972.81%，應與金控整合後行銷通路大為擴張有關，各產險公司航空險皆有明顯的成長，除新機隊的增加外，航空費率調漲恐怕仍為主因；在其他責任保險成長率以新安產險成長幅度 201.66%最大，而友聯產險及國泰世紀產險也有高達 100%以上的正成長。以整體來看，國內及外商公司 2002 至第三季與 2001 年相較，除車險有小幅萎縮外，其它險種對於國內外公司皆有正成長(見表 2.6)。

表 2.6 台灣產險業 2002 年與 2001 年至第三季保費成長率統計表

公司 \ 險別	火災保險	海上保險	汽車保險	航空保險	其他財產&責任
臺產	-6.90%	15.41%	-0.95%	141.18%	14.69%
中國	21.59%	47.68%	-9.09%	26.34%	3.77%
太平	-3.31%	-18.58%	-18.68%	-	19.68%
中國航聯	39.54%	18.81%	-19.76%	-221.47%	0.37%
富邦	31.01%	5.26%	-2.45%	106.89%	15.32%
蘇黎世	77.20%	19.56%	-11.48%	-	-2.47%
泰安	23.48%	23.63%	9.09%	145.98%	2.27%
明台	17.65%	10.40%	7.88%	-3445.66%	16.70%
中央	8.54%	-18.38%	-14.00%	1474.65%	69.06%
第一	22.92%	19.40%	-2.32%	369.18%	7.44%
國華	13.39%	27.54%	1.90%	-	54.33%
友聯	46.26%	36.79%	-16.66%	88.42%	105.16%
新光	5.68%	13.58%	7.97%	29.36%	19.83%
華南	27.90%	14.00%	8.11%	338.02%	17.67%
國泰世紀	45.33%	3.85%	0.08%	5972.81%	110.33%
統一安聯	31.27%	25.21%	15.47%	-	70.49%
新安	97.19%	-2.93%	11.28%	-	201.66%
本國公司合計	26.04%	12.68%	-0.46%	150.03%	25.64%
外國公司合計	30.86%	138.41%	31.42%	187.47%	14.92%

資料來源：財團法人保險事業發展中心資訊處

註：新台幣百萬元以下全部捨去

2.2 預測概論

工商界應用預測作為銷售的指南，始於二十世紀的美國。1904年巴布生(Roger W. Babson)首先創立商業服務社以供應商情資料，推測商場未來的演變，而獲得社會大眾的重視。近年來，資訊科技的迅速發展使市場環境變換速度加快，廠商若不及早透過適當的預測技術做事前的規劃，常造成極大的損失。因此，預測的準確性更形重要，不論是在服務業或是製造業，均利用預測來控制產值，以降低過多的成本浪費（春日井博，民77）。

預測為管理決策中最普遍應用且重要之方法，因為決策所造成之影響，端賴決策時可預知之各種因素而定。在企業管理的各領域中，不論是生產、存貨、銷售、財務等方面，都需用到預測的技巧。除此以外，各種社會活動與自然現象，也都有各式的預測問題需予以解決。如以指數平滑法來預測來華觀光人數（政大企研所編輯組，民84），以類神經網路(Neural Network)預測電力負載（Caire，1992）、集水區出流量（蔡國慶，民87），或是將灰色理論應用在地層下陷之預測（周孟科，民87）、地震災害預測（鄭魁香，民88）等方面。

2.2.1 預測的定義

于宗先(民61)將預測定義為「對未被觀察事象的一種說明」。所謂未被觀察的(或未知的)事象不僅指未來的事象，也指已發生的。如果所涉及的包括這兩種事象，則稱為廣義的預測(Prediction)；如果所涉及的僅是未來的事象，則稱為狹義的預測(Forecasting)。Donlebell(1977)提出預測所須具備的幾個性質如下：

1. 預測程序的持續性：

由於環境的變化，會對預測結果造成某種程度的影響。故預測者必須認知此種情況，並適時對以往的預測結果，根據當前的現況加以修正。

2. 預測情況的不定性：

預測的重要性是由於對未來情況的未知及不確定。亦即預測所依據的相關因素的變動無常所導致。雖然有時這些相關因素可加以控制，但是各因素彼此相互衝擊的程度卻很難加以測量。正因為無法完全測量出這些因素的交互影響，因此未來情況的不定性乃必然的結果。

3. 預測事象的連續性：

只有當預測事象能夠持續地出現，我們才可以將其作為預測基礎的資料。而且唯有這種資料才能形成一定的型態(Pattern)，藉由對此型態的了解，才能推演未來。如果預測事象恰逢突發事件，如戰爭、能源危機等，那就無法加以預測了。

4. 預測結果的錯誤性：

在正常的情況下，預測結果必定存在某種程度的隨機誤差。即便所使用的資料完全反映真相，而且所使用的預測方法完美無缺，但是由於未來情況存在不確定性，而使得預測結果幾乎不可能與事實真相完全吻合。

方世杰(民77)認為預測是預計和推斷。就是調查過去、現在和未來的已知，並研究已知中的實情況，去分析實情況的演變規律，再以演變規律來推斷未來。徐桂祥(民86)提出預測是指對研究對象的未來狀態，或目前不明確的事物，進行預先估計、推測的活動過程。在調查研究的基礎上，運用預測理論對研究對象的特性，和所處的環境進行科學分析，則稱之為預測分析。而預測所採用的方法和手段則稱之為預測技術，這

是一門注重實際應用整合性的學科。薛國強（民85）提出預測乃是以歷史資料所構成的情報為基礎，分析真實情況的演變規律，了解並掌握變化原因與狀態，以便對未被觀察或未知的現象予以預計和推斷。

周海龍（民84）根據預測的目的或間隔，將預測分為三種類型：

1. 長期性預測(Long-term Forecasting)

預測的時間通常相隔幾年以上，以長期的年資料作為數據，大概作五年甚至十年以上的長期預測。採用此種預測有一基本假設為：雖然經濟現象的商業循環變動，往往使實際值大於或小於趨勢值。但從整個時期來看，每年的變動仍趨近於長期趨勢線，所以可根據此趨勢線來推測未來。長期預測因討論的區間在五年或五年以上，故此種預測可稱為「成長預測」(Growth Projection)或「長期趨勢投射」(Long-term Trend Projection)。因此應用長期預測的前提是，一事象在某一時間內的變動是否呈穩定狀態。

2. 中期性預測(Medium-term Forecasting)

此類預測的時間通常為一至三年，目的是欲對近期概況瞭解所使用的一種預測方式。尤其為了避免在長期下出現之結構性變動，使用中期預測更能推測出正確的結果。

3. 短期性預測(Short-term Forecasting)

基本上常根據月或季資料作為期一至三個月的預測，甚至更短的是以週或日為單位。由於短期內經濟現象可能發生循環與季節性的變動，因此在預測時必須觀察該現象的季節、循環與不規則變動的因素。短期預測被廣泛應用到商業經營上，對於決策非常重要。預測的時間越短，未來情況的不確定性越小，預測的精確度也越大。所以短期預測不僅能

提供未來的發展，更可作為長期的基礎。

儘管預測是對某現象或事物未來可能的演變進展情形，事先予以推測預估。但是如果欲使預測結果的信賴程度高，除了必須正確地了解預測的理論，還要謹慎地收集預測所必須的資料，之後再以科學的方法加以整理和分析，如此才能獲得合理的預測值。這樣的預測結果才能廣泛地應用在計劃的研擬，以及未來可能發展演變情形的探討。因此，預測之所以被重視，主要是在於預測對於作決策和擬定計劃的重要性。但是不管是作決策或是擬計畫，在未來的實行上或多或少都具有不確定性，也就是冒某種程度的風險(春日井博 民 77)。所以預測的主要目的在於計算並預估一些未來的事件或情況，以提供所能得到的最佳資訊作為管理當局對未來的預測，並幫助管理當局了解各種行動方案的內涵，此外亦使管理當局能正確地了解所面臨的不確定情況，以減少在決策過程中可能遇到的風險。

基本上，預測可以降低對未來的不確定性，以提昇作決策與策略規劃的品質(林文彥 民 86)。而預測產生的作用也會依預測內容的不同而有所不同。例如銷售量的預測就在商業決策支援系統中扮演著舉足輕重的角色。預測可以作為在企業內進行如生產進度、資金流量、人力與物料需求與存貨管理等決策評估的依據。由於擬定決策必須要視作決策時所能預知的各種因素來決定，因此預測成為目前管理決策中最普遍應用而且重要的方法。管理大師彼得杜拉克曾明確地指出，預測能力是管理者(尤其是高度動盪時代下的管理者)最重要的管理技能之一(Barker 1994)。

2.2.2 產值預測的定義

對於產值預測，已有一些學者對其提出定義。春日井博認為所謂產

值預測是預測某個特定企業在其所屬市場範圍內的需求。薛國強認為產值預測乃是指在目前市場情況與行銷組合策略下，某企業在一定期間內預期其可能銷售的貨品或勞務的數量。Still(1988)認為產值預測乃是在一特定行銷計劃與所認定之外在因素下，個別廠商對未來某段期間之銷售額或銷售量所作之推估。Wotruba 與 Simpson(1992)則認為產值預測有三個主要目的：(1)助於長期規劃與目標訂定(2)便於短期之作業性決策(3)提供評估銷售績效之基礎。

根據上述學者的定義，我們可以知道產值預測乃是個別企業對未來時間內的某項產品的銷售數量的推估，以便於制訂目標與作業的決策。

2.3 預測方法

為了配合各種不同情形的預測，近二十多年來已有很多的方式或技術已經被發展出來。郭明哲(民 65)認為預測可視問題之性質，採用下列三類預測方法之一進行，分別是產業關連分析(Inter-industry Analysis)、計量經濟模式分析(Analysis of Econometric Model)與時間序列分析(Time Series Analysis)。而 Chamber (1971) 等則將預測的方法區分為三大類：定性分析(Qualitative Methods)、時間序列分析及投影法(Time Series Analysis & Projection)與因果分析法(Causal Methods)。除此之外，新發展的理論亦可用來進行預測，如灰色理論與人工智慧法。因此，以下將從基本統計預測方法開始介紹，並對定性分析、因果分析法、時間序列分析、灰色理論與人工智慧法逐一介紹。

2.3.1 統計預測方法

在傳統上，常用統計方法來進行預測。主要假設的前提是過去資料所表現的基本趨勢將繼續發展至未來。也就是說這些預測值是未來每個

時間點的估計值，而這些估計值則是由過去的歷史資料推算出來的。

在進行統計預測時，通常是將歷史資料繪製成圖，以觀察法(Data Surveys)來判斷數列的歷史走勢，並將其分類。有些產品的需求會在某一固定的水平線上波動，或者是在漸增或漸減的趨勢線上波動。同時，又有可能會受到季節性或其它因素的影響。其次，在進行統計計算時，必須要考慮樣本是否具備代表性。由於歷史數據可能會被不正常的因素干擾，因此，在進行統計預測之前，必須先剔除某些差異非常大的紀錄項，或是運用某些方法預先進行修整處理，以提高原始樣本資料的可靠性。

若需求的歷史資料呈現出如線型趨勢、二次型式或三角需求型態等的函數型態，可以利用迴歸分析等方法，來找出確切的分布狀況，並據以預測後幾期的需求量。而時間數列及其相關的統計方法，如 ARMA (Auto-Regressive Moving Average)、ARIMA(Auto-Regressive Integrated Moving Average)等，是以系統化的特質，就能導出理想的預測值(吳伯林，民 85)。即使在統計領域內，存在如此多的預測模式，但由於受限於資料項的種種特性，有些預測模型的績效會較好，而有些模型的績效會較差，甚至會產生預測結果無法引用的情況。

Tae Hoon Oum(1989)及 Strasheim(1992)等都曾經對各種統計預測模型進行實際資料的計算與結果的評估，認為不同研究對象各有其合適之方法與模型。另外，Sweet(1980)結合數種統計方法而成的整合性預測模式，也提供了另一優良的模式以解決實際資料之預測。

2.3.2 定性分析

針對某項產品，蒐集所有情報及資訊，以用來判斷產品的需求量。這種技術通常是在歷史需求資料缺乏或不足的狀況下來使用。此一類的預測方法，包括有行銷研究、德菲法與市場調查等。其主要是匯集專家

或客戶群的意見，再經由人為的蒐集、觀察與分析，來探討問題的經濟面行為。其優點是兼可處理量性問題與質性問題，但是其缺點是不易找到具代表性的樣本，以完成高可信度的預測。

1. 德菲法(Delphi Method)：

此法以一系列之問卷訪問一組專家，在每次訪問後，將分析結果連同下一次之問卷一起分送受訪專家，直到大多數的專家都接近一致的看法。由於受訪者是匿名的，所以可以不受其他專家之身分、地位所影響，而憑自己知識與看法做判斷。

2. 市場研究法(Market Research)：

本法係對實際市場之假設作有系統、正式的，且有意義的檢定程序。

3. 歷史類比法(Historical Analogy)：

本法係對於欲引入的新產品，根據與其類似的舊產品之歷史資料，以相類似的方式做比較分析，進而作新產品的預測。台灣積體電路製造股份有限公司(TSMC)即是利用此法來作物料需求量的預測。該公司先分別對客戶群進行市場調查及估計，之後再利用物料需求計畫系統來決定生產所需之物料的採購量與訂購時間點。

2.3.3 因果分析法

當歷史資料可以利用且足以分析，並明確說明被預測事象的相關因素和其他因素(如相關企業、經濟力量和社會經濟因素)時，預測人員就可使用因果分析法。本法使用統計方法，是預測方法中最複雜者，它以數學式來表示有關聯的因果關係。此法是藉由找尋因果時間數列之間的關係來完成預測。預測者在產品的需求量與其他因素間，找尋某種因果

關係，這些關係如企業、工業及國家指標等，即藉由這種關係來求得產品的未來需求。一般而言，因果模式需經過連續的修正使系統變為可用（陳怡融，民 85）。本法又可分成下列幾種：

1. 迴歸模式(Regression Model)：

Douglas 將迴歸模式定義為：一種廣泛使用於多因子資料分析的統計技巧。利用統計理論基礎，構建出變數之間的關係，稱之為迴歸方程式。在概念上，利用方程式闡述變數間的關係，十分簡單且易於了解，故在理論上的探究與實務上的使用皆非常普遍，為一般常使用的預測工具。然其亦有使用上的困難之處。Huan(1996)指出，在實際的問題中，所得的資料多為非線性型態，很難找到一個適當的非線性迴歸方程式去適配(Fit)一組資料。除此之外，使用迴歸模式時，其資料型態需符合其統計假設。若有違反其假設情形時(此情形常發生於實務資料上)，則需經過適當的轉換，更增加了使用迴歸模式的複雜與困難度。

2. 計量經濟模式(Econometric Model)：

計量經濟模式是表現出擬研究事物與其主要因子的關係式，它可用來分析某些事物的過去動態及預測他們未來變化，並可利用以進行模擬實驗，以替代不可能或費用昂貴且費時的實際經驗。由於其普及和多變性，所以在多種學科上都有許多關於此法的文獻。此外，它還被用在政治科學、經濟學、商業和社會學中，用來衡量其因果關係。Remer 及 Jorgens (1978) 在分析石化業中的乙烯(ethylene)原料需求量時，發現其需求量是呈現指數成長型態，因此可以藉此來進行成長率估計，本法亦需花費較高的成本。

3. 購買意願調查法(Intention-to-buy & Anticipation Surveys)：

本法係由大眾之調查結果：a.決定大眾對於某些產品之購買意願，b.導出一個能衡量大眾對於現在及未來的感受之指數，並據以估計此種感受對於購買習慣影響程度。事實上，本法對於追蹤訊號與預告比起預測更為有用，但其基本問題在於轉換點可能指示錯誤。

4. 投入—產出模式(Input-Output Model)：

本法是各行業或各部門間的財貨或勞務流程分析的一種方法。此種方法告訴我們何種投入流程會產出何種產出結果。利用此種預測模式需花費相當大的代價，如果欲應用於特殊事業，則需更詳細之分析。

2.3.4 時間序列分析法

時間序列是以時間先後為分類基準的統計數列，其有兩個變數：自變數為時間，應變數為各時點所對應的數量或數值。就意義而言，時間序列的資料並不符合迴歸分析的基本假設條件，因時間序列的資料並非隨機抽取，而且在每一個時點只能出現一種數值，故不符合迴歸分析之條件，但其觀念大致上與迴歸分析相似。利用時間序列作預測的一個基本假設為，未來的數值能經由過去的數值所估計(Donald & Craig, 1978)，而根據不同性質的序列資料，可用不同的方法，如：移動平均法、指數平滑法等，以找出適合的模式。因此在選擇模式前，必須對資料作分析工作，尋找其潛在的趨勢，方能獲得一個好的預測模式。較常用的時間序列分析法列舉如下：

1. 移動平均法(Moving Average)：

本法係以過去資料為依據，將最近 N 期資料之算數平均或加權平均值作為下一期的預測值。本法之使用極為簡單，且可消除季節變動，不規則變動或兩者影響。

2. 指數平滑法(Exponential Smoothing)：

本法與移動平均法相似，唯一不同點在於指數平滑法決定數值時，最近的資料所佔的比重較大，若以數學式表示為 $F_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)F_t$ ，其中 α 稱為平滑常數(Smoothing Constant)。指數平滑法之種類很多，上述所提及的為簡單指數平滑法，還有其他較複雜的方法。本法所需保留的資料少，計算簡便，而且預期的正確性較易獲得，是最便宜且應用廣泛的一種短期預測方法。

3. Box-Jenkins 法：

前述之指數平滑法實際上是本法的一個特例，使用本法時，首先必須將歷史資料之時間序列確認其應套入何種數學模式，使其誤差達到最小，然後再估計其參數值。本法是一種比較精確的統計方法，但時間與成本花費也較大。

4. 時間數列迴歸分析法

通常以時間為自變數，各時點所發生事件的數值為依變數。時間數列資料可以是一天、一週、一個月或一年，甚至更長的期間。而在這期間內資料的數值可能呈現上下起伏的變動，但從長期來看，如顯示出逐漸持續上升或下降的趨勢時，我們即可藉此準確描述其關係之趨勢線，而用簡單迴歸模型來估算，其數學式表示為 $Y_t = \alpha + \beta \times t + \varepsilon_t$ 。

2.4 灰色理論

灰色理論是由大陸學者鄧聚龍教授於1982年正式發表的理論(Deng, 1982)，經過兩年左右的時間，灰色理論已迅速成長，並跨出了控制領域，而滲透到社會經濟的各個領域中。灰色理論是一種新理論，特別適用於預測分析，其特性是能充分運用有限的數據訊息預測未來數值。歷經這

些年的發展，灰色理論已初步形成以灰色關聯空間為基礎的分析體系、灰色模型 GM 為主體的模型體系以及其他相關研究領域。其預測準確度則視系統之性質而定，一般而言，符合指數律者預測準確度才會很好(陳石崇 民83)。為能充分了解該理論，本節將分別就灰色系統簡介與優點進行探討。

2.4.1 灰色系統簡介

灰色理論為灰色系統理論(Grey System Theory)之簡稱。其主要是應用於系統模型在信息不完全、影響變數紛雜、行為模式不確定、運作機制不清楚狀況下，進行系統的關聯分析、模型建構、預測、決策與控制等工作，來研究、探討及了解系統(吳漢雄等，民 85)。

灰色模型，是灰色系統的基礎，也是灰色系統理論的核心。灰色系統理論將一切隨機變量看成是一定範圍內變化之灰色量，及與時間相關之灰過程。對灰色量之處理並非藉尋找統計規律的方法達成，而是將雜亂無章之原始數據經過處理後，來尋找其內在規律性，經由處理過後之數列轉化為微分方程，建立灰色模型，之後再以此進行預測，即稱為「灰色預測」(Grey Prediction)。而灰色系統理論主要能在系統(System)模型不明確或資訊不完整性的情況下，進行關於系統的關聯分析(Relation Construction)、模型建構(Model Construction)，並藉預測(Prediction)及決策(Decision)的方法來探討及瞭解系統。什麼是灰色系統呢？當訊息完全謂之白(White)，訊息缺乏謂之黑(Black)，訊息不完全、不確定謂之灰(Grey)。訊息不完全、不確定的系統稱為灰色系統(Grey System) (鄧聚龍，民 85)。而灰色系統的特色是以研究”少數據不確定”，有別於”大樣本不確定”的機率論與數理統計。

灰色系統包含下列六項研究方法(鄧聚龍等，民 88)：

1. 灰生成(Grey Generating)

生成即為補充訊息之數據處理，這是一種就數找數的規律方法，在一些雜亂無章的數據中，設法使其被掩蓋的規律與特徵浮現出來。換句話說，我們利用灰生成手段降低數據中的隨機性，並提昇其規律性。在灰色理論中常用的生成方式有：

- (1)累加生成(Accumulated Generating Operation，簡稱AGO)：將數據依次累加。
- (2)逆累加生成(Inverse Accumulated Generating Operation，簡稱IAGO)：累加生成的逆算。
- (3)差值生成：除了累加生成和累減生成之外的數據處理方法，是利用現有的數據及慣用的數學方法建立其間的數據。

2. 灰關聯分析(Grey Relation Analysis)

這是在灰色系統理論中分析離散序列間的相關程度的一種測度方法。而灰關聯分析具有少數數據及多因素分析的特點，剛好可以彌補統計迴歸上的缺點。

3. 灰建模(Grey Model)

利用生成過的數據建立一組灰差分方程式(Grey Differential Equation)與灰擬微分方程式(Grey Pseudo Differential Equation)之模式，稱為灰建模。一般可分為下列幾種：

- (1)GM(1,1)：表示一階微分，而輸入變數為一個，一般做預測用。
- (2)GM(1,N)：表示一階微分，而輸入變數為N個，一般做多維關聯分析用。
- (3)GM(0,N)：表示零階微分，而輸入變數為N個，一般做多維關聯

分析用。

4. 灰預測(Grey Prediction)

以GM(1,1)模型為基礎對現有數據所進行的預測方法，實際上則是找出某一數列中間各元素之未來動態狀況。

5. 灰決策(Grey Decision Making)

當某個事件發生時，因為考慮的對策不同而有不同效果，挑選一個效果最好的對策來對付事件的發生，就是決策。此時將對策和 GM(1,1)模型結合所做的決策稱為灰決策。可分為下列三種：

(1)灰色局勢決策(Grey Situation Decision)

(2)灰色層次規劃(Grey Layer Decision)

(3)灰色整體規劃(Grey Programming)

6. 灰控制(Grey Control)

傳統的控制上，是利用輸出及輸入間的數據，做成轉移函數(Transfer Function)而求出所需的增益，或者利用狀態空間法(State Space)求出輸入和輸出之間的動態關係。而灰色控制則是通過系統行為數據，尋求行為發展規律，預測未來行為，當預測值得到後，將此一預測值回授至系統，以進行系統控制的一種法則。傳統的預測方法需要大量的觀察，才能進行各種方法的預測，所以不太適合運用在短期的預測上。但灰色預測法的特色便是使用少數數據，例如只要有四個已知的觀察，即可順利進行灰色預測。

2.4.2 灰色系統之優點

1. 灰色預測

灰色預測具有以下之優點(吳漢雄等，民 85)：

- (1) 灰色預測需要數據少。只需根據實際狀況，選擇適當數量的數據即可，而不需大量的歷史數據，甚至只用四個數據就可建模，進行預測，還能得到精確的結果。
- (2) 雖然GM 建立在較深的高等數學基礎上，但它的計算步驟並不繁瑣。
- (3) 一般情況下，灰色預測不需太多的關聯因素，因此簡化蒐集之工作。
- (4) 灰色預測既可用於短期，也可用於中長期預測。
- (5) 灰預測精準度高。在相同少量樣本數下，比其他方法的模型誤差還小。

由於灰色預測具有上述之優點，致在國內已有不少學者將灰色預測應用在需求量的變化方面。例如：以台電公司為對象，使用灰色預測模型，建構區域電力負載預測分析系統，用以推估各區域未來電量與電力尖峰負載之情形，並進行驗證分析，證明灰色預測具有相當高的預測準確率(許哲強，民 91)。以醫師為對象，利用灰色預測模式分別預測各科醫師總供給人數與總需求人數，提供政府相關單位擬定台灣地區醫師人力政策之參考(韓季霖，民 90)。以台電公司為對象，利用灰色理論建構出最適該公司之人力需求模式，並找出影響人力需求預測因子，以做為該公司民營化之人力規劃參考(潘美秋，民 92)。以電子遊戲業為對象，使用灰色預測來預測該產業之未來產值(莊昆益，民 91)。以物流中心為對象，利用灰色理論之特性來預測物流中心各區域運量預估以建構有效益平衡的模型(吳嘉斌，民 92)。以汽車業為對象，應用灰色預測來預測該產業之未來產值(趙嬭，民 91)。而且灰色預測並已有相關的研究應用在商業上方面，如「應用灰色理論於財務時間序列變動之分析」(洪宗貝等，民 89)、「應用灰色理論於短期銷售預測之適用性探討」(李順益，民 91)與「我國金融業購併決策之探討」(吳明寰，民 91)。

2. 灰色關聯分析(Grey Relational Analysis)

灰色關聯分析模型具有下列優點(施能仁等，民 87)：

- (1) 建立模型可屬於非函數型之序列模型。
- (2) 計算方法簡單。
- (3) 不需要大量數據，且數據不需符合常態分配。
- (4) 不會產生和定量分析衝突之結果。

灰色關聯度分析模型，係一「影響測度」的模型，對於兩個系統之間的因素，其隨時間或不同對象而變化的關聯性大小之度量，稱為關聯度。在系統發展過程中，若兩個因素變化的趨勢具有一致性，即同步變化程度較高，即可謂二者關聯程度較高；反之，則較低。因此，灰色關聯分析方法，係根據因素之間發展趨勢的相似或相異程度，亦即「灰色關聯度」，做為衡量因素間關聯程度之一種方法(鄧聚龍，民 88)。對於灰色關聯分析而言，由結果中可以得知是做系統的輸出與輸入之綜合研究。因此在灰色關聯分析中的各個子因子之間的關係，也可以視為是對系統做灰色關聯分析，是關聯分析的一種方式。為能瞭解灰色預測模型與其他傳統數量預測方法之比較，茲將各方法之使用條件彙整如表 2.7。

表 2.7 灰色預測與傳統數量預測方法之使用條件

預測方法	所需最少數據	數據之型態	數據之間隔	準備時間	數學需求
簡單指數型	5 至 10 個	等間距	短間隔	短	基本
Holt's 指數型	10 至 15 個	同趨勢	短或中間隔	短	稍高
Winter's 指數型	至少五個以上	同趨勢且同規律性	短或中間隔	短	中等
迴歸分析法	10 或 20 個以上	同趨勢具同規律性	短或中間隔	短	中等
Causal 迴歸法	10 個以上	可各稱型態相混	短、中及長間	長	高等
時間序壓縮法	2 個峰值以上	同趨勢、同規律且可	短或中間隔	短(稍長)	基本
Box Jenkin's 法	50 個以上	等間距	短、中及長間	長	高等
灰色預測法	4 個	等間距及非等間距	短、中及長間	短	基本

資料來源：張偉哲、溫坤禮&張廷政(民89)，灰關聯模型方法與應用，台北：高立

第三章 灰預測模型的建構方法

本章深入介紹灰預測模型的種類與建構方法，包括 GM(1,1)模型、灰關聯分析與 GM(1,N)模型外，並搜集檢驗方法，以做為建模之理論基礎。

傳統概率統計方法是利用概率統計值來求得隨機過程的規律性，數據資料愈多，愈能夠顯示出統計特性。而灰色系統則假設任何隨機過程的變數都是在一定範圍、時間內變動的灰色量，因此在灰色系統中稱隨機過程為灰色過程。實際模擬灰色過程是透過原始數列經累加生成運算後出現的明顯指數規律，再據以建立灰微分方程來擬合此新數據，因此所需數據較少。通常最少只要 4 筆數據，即可建立灰預測模型。一般灰色預測模型可歸納為下列五類(鄧聚龍，民 85)：

1. 數列灰色預測(Sequence Grey Prediction)：

數列預測是灰預測的基本類型，它是根據給定的數據(數列)，直接建立 GM(1,1)模型進行預測。由於在指定的時刻，這種預測只能得到一個預測值，因此亦稱為單值預測。

2. 災變灰預測(Calamities Grey Prediction)：

給定的數列中，若出現過大或過小的異常值，我們便稱這些為災變值，相應的點稱為災變點，原有數列稱含災變的數列。所謂災變預測就是這些灰時間分佈的預測，所建立的灰色預測模型，即灰數列的時間分佈預測模型。

3. 季節災變灰預測(Seasonal Calamities Grey Prediction)：

若災變發生在每年特定時區，人們對這些災變事件的時間分佈進行

預測，稱為季節災變預測。

4. 拓撲灰預測(Topological Grey Prediction)

拓撲預測是季節災變預測的延伸，它與季節災變預測的區別在後者是通過給定的水平線與災圖的交點，獲得時間分佈序列。

5. 系統灰預測(Systematic Grey Prediction)

如果系統行為有多種表現，則其預測的難度必然大於一種表現的情況。當多種表現之間沒有太多的關係，或者雖然有關係，但人們可以不注意或淡化，則可利用多個 GM(1,1)模型對系統的行為進行預測。本研究即是利用第一種定時求量的數列預測，以時間數列資料透過灰微分方程來適配，並對未來的產值進行預測。以下詳細說明灰色模型的建構過程與方法。

3.1 灰色預測 GM 模型

灰色系統建立模型的思想是直接將序列轉化為微分方程，從而建立的是抽象系統發展變化的動態模型—Gray Dynamic Model，簡單記作 GM。對於用微分方程來描述的動態系統，其相應的建模原理及方法，可用下述定理來表示(史開泉等，民 83)：

$$\left(x_i^{(0)}(t)\right), \quad i=1,2,\dots,h, \quad t=1,2,\dots,N \quad (1)$$

其中， (0) 表示原始數列； i 表示列數； t 表示數列中相對應之數值有相應的一階累加序列

$$\left(x_i^{(1)}(t)\right), \quad i=1,2,\dots,h, \quad t=1,2,\dots,N ; (1) \text{ 表一階累加} \quad (2)$$

這裡

$$x_i^{(1)} = \sum_{t=1}^N x_i^{(0)}(t), \quad i=1,2,\dots,h \quad (3)$$

並有相應的多次累差序列

$$(\Delta^{(j)}(x_i^{(1)}, t)), \quad i=1,2,\dots,h, \quad j=1,2,\dots,N \quad (4)$$

其中 Δ 為差序列。若記 h 個序列， n 階微分方程所表達的灰色動態模型，即 GM(n, h) 模型是：

$$\frac{d^n(x_1^{(1)})}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1}(x_1^{(1)})}{dt^{n-1}} + \dots + a_n x_1^{(1)} = b_1 x_2^{(1)} + b_2 x_3^{(1)} + \dots + b_{h-1} x_h^{(1)} \quad (5)$$

其中 a, b 均為模型之發展係數

則微分方程的係數向量為：

$$\hat{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_{h-1}]^T \quad (6)$$

可以用最小二乘法求解為：

$$\hat{a} = [(A:B)^T (A:B)]^{-1} (A:B)^T y_n \quad (7)$$

這裡 $(A:B)$ 是 A 、 B 組成的分塊矩陣。

GM(n, h) 模型是 n 階 h 個變量的微分方程，不同的 n 與 h 之 GM 模型有不同的意義和用途，要求有不同的數據處理。

1. 作為預測模型：

常用 GM($n, 1$) 模型，即只有一個變量的 GM 模型。由於 n 越大，計算越複雜，而且精確度不一定就高。因此 n 一般在三階以下，其中最常用的是 $n=1$ 模型，計算較為簡單，適用面廣，記為 GM(1,1)，稱為單序列一階線性動態模型。

假設原始數列 $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n))$

定義 $x^{(1)}$ 為 $x^{(0)}$ 的一 A G O 數列，

則 $x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n))$ ；

其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, 3, \dots, n$

數列經過累加生成後之數列與原始數列之關係如圖3.1所示，經過這項處理可以降低原始數列之隨機性，並將原始數列隱含之規律與特徵顯現出來。

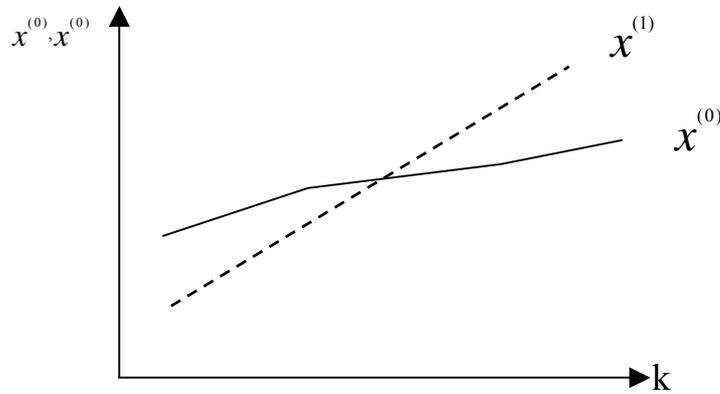


圖 3.1 累加與原始數列關係圖

GM(1,1)模型的微分方程為

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (8)$$

其中 u 為模型之灰作用量；係數向量 $\hat{a} = [a, u]^T$ ，因為 $n=1, h=1$ 所以矩陣 $A=0$

累加矩陣 B 為

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(N-1) + x^{(1)}(N)) & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

常數向量

$$y_n = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(N)]^T \quad (10)$$

用最小二乘法求解係數 \hat{a} 為

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T y_n \quad (11)$$

代入微分方程的解，得到時間函數為

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = \left(x^{(1)}(0) - \frac{u}{a} \right) e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (12)$$

其中， e 為期望值， \hat{x} 為預測值。若 $x^{(1)}(0) = x^{(0)}(1)$ ，則

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right) e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (13)$$

再求倒數還原，得到

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = -a \left(x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right) e^{-at} \quad (14)$$

這兩個方程即為 GM(1,1) 模型進行灰色預測的基本式。此外 GM(2,1) 模型為二階微分方程，也可用於預測。

$$\frac{d^2 x^{(1)}}{dt^2} + a_1 \frac{dx^{(1)}}{dt} + a_2 x^{(1)} = u \quad (15)$$

其中， d 代表微分。同理可獲得其時間響應函數

$$x^{(1)}(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} + \frac{u}{a_2} \quad (16)$$

式中， λ_1, λ_2 是兩個特徵根，按其不同情況可分析系統的動態特徵。

若 $\lambda_1 = \lambda_2$ ，則動態過程是簡單的；若 $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ，且是實數，則動態過程可能是非單調的；若 λ_1 與 λ_2 是共軛負數根，則動態過程是週期擺動的。

2. 作為狀態模型：

常用 GM(1, h) 模型表示，可以反映 $h-1$ 個變數對於因變量一階倒數變化率的影響。由於 $h > 1$ ，所以稱 GM(1, h) 是 h 個序列的一階線性動態模型。設有 h 個變量， X_1, X_2, \dots, X_h 組成原始序列

$$\left(x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), x_i^{(0)}(3), \dots, x_i^{(0)}(N) \right), \quad i = 1, 2, \dots, h \quad (17)$$

對上述序列分別作一次累加生成，得到新的序列為

$$\left(x_i^{(1)}(1), x_i^{(1)}(2), x_i^{(1)}(3), \dots, x_i^{(1)}(N) \right), \quad i = 1, 2, \dots, h \quad (18)$$

建立微分方程

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} + ax_1^{(1)} = b_1x_2^{(1)} + b_2x_3^{(1)} + \cdots + b_{h-1}x_h^{(1)} \quad (19)$$

係數向量

$$\hat{a} = [a, b_1, b_2, \dots, b_{h-1}] \quad (20)$$

用最小二乘法求解

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T y_n \quad (21)$$

上式中， B 是累加矩陣， y_n 是常數向量

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(1) + x_1^{(1)}(2)) & x_2^{(1)}(2) & \cdots & x_h^{(1)}(2) \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(2) + x_1^{(1)}(3)) & x_2^{(1)}(3) & \cdots & x_h^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(N-1) + x_1^{(1)}(N)) & x_2^{(1)}(N) & \cdots & x_h^{(1)}(N) \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$y_n = (x_1^{(0)}(2), x_1^{(0)}(3), \dots, x_1^{(0)}(N))^T \quad (23)$$

則微分方程的解為

$$\hat{x}_1^{(1)}(t) = \left(x_1^{(0)}(1) - \sum_{i=2}^h \frac{b_{i-1}}{a} x_1^{(1)}(t) \right) e^{-at} + \sum_{i=2}^h \frac{b_{i-1}}{a} x_1^{(1)}(t) \quad (24)$$

3. 作為靜態模型：

一般是指 GM(0, h) 模型，即 $h=0$ ，不含導數項，故稱作靜態，其方程式如下：

$$x_1^{(1)}(t) = b_1x_2^{(1)}(t) + b_2x_3^{(1)}(t) + \cdots + b_{h-1}x_h^{(1)}(t) + a \quad (25)$$

式中係數向量用最小平方法求解，其形式類似多元線性迴歸方程，只需要將數據列做適當的變換即可，表示為：

$$x_i^{(1)}(t) \rightarrow x_i^{(0)}(t)$$

3.2 灰色系統之五步建模

灰色理論是採用定性分析與定量分析相結合的方法，不僅運用現代控制論的數學模型，而且還直接引用了經驗判斷的知識，綜合概括成一個五步建模的過程，分述如下(史開泉等，民 83)：

1. 語言模型

通過認識開發、形成概念、明確系統的目的、目標、方向、途徑、條件等，然後用準確的語言表達出來。

2. 網路模型

由語言模型進行因素分析、對比，找出影響系統發展的前因後果，並用方塊圖將這些關係顯示出來。一對前因後果可以構成一個環節，前因是輸入，後果是輸出，可由 x 與 y 來分別代表前因及後果。一般說來，系統是多變量間相互關聯的整體，因而有許多環節，這些環節相互交織，如圖 3.2 的總體模型稱作網路模型。以上兩步是定性分析階段，只有定性準確才能做好定量。如果定性錯了，定量就有可能成為數學遊戲，因而定性是定量的基礎。

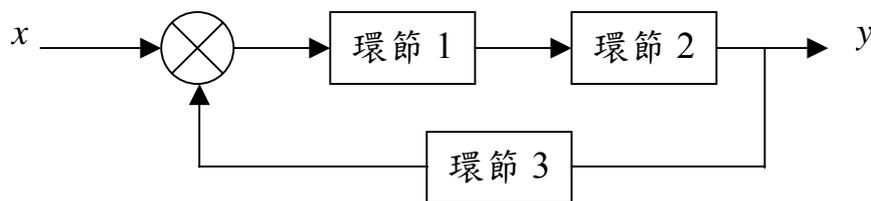


圖 3.2 網路模型

3. 量化模型

將網路模型中各個環節的前因後果加以量化，使它們之間的數量關係明確。假設 x_i 是第 i 個前因， y_i 是第 i 個後果，兩者之間呈一比例關係如

下示：

$$\frac{y_i}{x_i} = k_i \quad (26)$$

其中， k_i 是一常數，可填入方塊圖中的第 i 個環節內，如圖 3.3 所示，若將網路模型中所有環節的量化關係都填上，便得到量化模型。

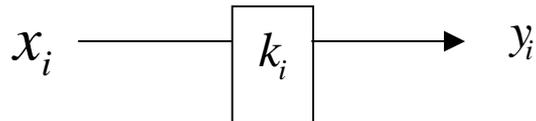


圖 3.3 模型量化模式示意圖

4. 動態模型

在複雜系統中，各個環節的輸入與輸出都是數據列。要找出它們之間發展變化關係，需要建立 GM 模型，並將模型的拉普拉斯(Laplace)變換填入該環節的方塊圖內，方塊內是傳遞函數，記做 $W_i(s)$ ，其定義為：

$$W_i(s) = \frac{y_i(s)}{x_i(s)} = \frac{b}{a+s} = \frac{b/a}{1+s/a} \quad (27)$$

若將系統所有環節的傳遞函數都填入方塊內，即構成了動態模型。

5. 模型優化

動態模型只反映系統現實的結構機制與動態特徵，但是不一定令人滿意，系統的功能也不一定是最佳狀態。因此，需要對 GM 模型進行動態品質分析調整，以及修改系統的結構和參數，使系統的功能達到最佳化。通常我們稱此過程為五步建模，實質上即為灰色系統不斷地白化之過程。

3.3 灰色關聯分析

關聯分析又稱為系統因素分析，透過關聯分析可將系統內眾多因

素，依個別對系統影響的強弱程度，篩選出的哪些因素是主要的，哪些是次要的；哪些是明顯的，哪些是潛在的；哪些是值得發展的，哪些又是需要捨棄的(洪欽銘等 民 86)。在幾何意義上，關聯分析是將參考函數與比較函數，在直角標平面上作動態曲線圖。然後比較函數幾何形狀與參考函數形狀，越接近者其關聯性就越大。關聯度亦稱函數相似程度，也就是離散函數接近的測度(沈啟賓等 民 80)。

灰色關聯分析是對灰色系統因素間的發展動態，進行定量比較的分析。主要是探討兩個數列間的關聯程度，利用離散的測度來作數列間距離的量度。這是一種根據因素與因素之間發展趨勢的相似或相異程度，來衡量因素間關聯程度的方法。這種分析模式可將灰色系統內各因素間灰關係清晰化，找出影響目標值的重要因素。而且對一個系統發展變化態勢給出量化的量度，進而促進和引導系統迅速有效的發展(陳弘彬 民 87)。

過去常用統計的方式來作因素分析，例如迴歸分析與主成份分析等。這些數理統計的方法大多適用於因素較少或是線性的系統，較不容易處理多因素與非線性系統的問題。灰色關聯分析即能彌補這方面的缺點。灰色關聯分析與數理統計的迴歸分析有以下之不同點(史開泉等，民 83)：

- (1) 他們的理論基礎不同，關聯分析基於灰色系統理論的灰色過程，迴歸分析基於概率論的隨機過程。
- (2) 關聯分析是對系統各行為因素列的態勢比較與計算，迴歸分析是因素間各對數組數值之間的計算。
- (3) 關聯分析要求數據的個數不多，迴歸分析則必須有足夠的數據量。

(4) 關聯分析主要研究系統的動態過程，迴歸分析則以靜態研究為主。

以下為灰色關聯分析之步驟。

1. 原始數據的處理

系統中若因素的物理意義不同，因而數據的單位也不同，在進行分析比較時很難得到正確的結果。因此原始數據必須先經過特殊的處理，通常有兩種方法如下：

- (1) 均值化處理：先分別求出各個原始序列的平均值，再用均值去除對應序列中每個數據，可以得到新的數據列，即為均值化序列。
- (2) 初值化處理：分別用原始序列的第一個原始數據去除後面的各個數據，得到其倍數數列，也就是初值化序列。

在一般情形下，對於穩定的社會經濟系統進行發展態勢的分析時，多採用初值化處理。

2. 關聯係數

若將經過上述數處理的原序列設為 $x_o(t)$ ，子序列設為 $x_i(t)$ ， $i=1,2,\dots,m$ ，則在 $t=k$ 時， $x_i(t)$ 的關聯係數 $L_{o,i}(k)$ 如下方程式所示：

$$L_{o,i}(k) = \frac{\Delta \min + \rho \Delta \max}{\Delta_{o,i}(k) + \rho \Delta \max} \quad (28)$$

其中， $\Delta_{o,i}(k)$ 是在 $t=k$ 時兩比較序列之絕對差：

$$\Delta_{o,i}(k) = |x_o(k) - x_i(k)|, \quad 1 \leq i \leq m \quad (29)$$

$\Delta \max$ 與 $\Delta \min$ 分別是所有比較序列在各個點的絕對差中最大值和最小值：

$$\Delta \max = \max_i \max_k |x_o(k) - x_i(k)| \quad (30)$$

$$\Delta \min = \min_i \min_k |x_o(k) - x_i(k)| \quad (31)$$

ρ 是辨識係數，用來削弱 $\Delta \max$ 數值過大而失真的影響，提高關聯係數之間的差異顯著性， $\rho \in (0,1)$ ，一般情況下取 0.5。 $L_{o,i}(k)$ 反映了兩比較序列在 k 時的緊密（或者靠近）程度，如在 $\Delta \min$ 時刻關聯係數最大， $L_{o,i}=1$ ；在 $\Delta \max$ 時刻，關聯係數最小，因而 $0 < L_{o,i} \leq 1$ 。

3. 關聯度

關聯分析實質上是對序列進行幾何空間關係的比較，若兩比較序列在各個點都重合在一起，即關聯係數處處是 1，則關聯度也必為 1。因此兩比較序列的關聯度，可用這兩個序列各個時刻的關聯數之平均值來量化，如下方程式所表示：

$$\gamma_{o,i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n L_{o,i}(k) \quad (32)$$

其中， $\gamma_{o,i}$ 是 x_i 與 x_o 的關聯度， n 是兩比較序列的長度。

4. 關聯順序

在關聯分析中，各因素關聯度數值的大小，其實際意義並不十分重要，而序列之間的關聯次序將是分析問題的關鍵。

5. 關聯矩陣

若有 n 個原始序列 $y_1, y_2, \dots, y_n, n \neq 1$ ，並有 m 個子序列 $x_1, x_2, \dots, x_m, m \neq 1$ ，則各子序列對於原始序列的關聯度為：

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11}, \gamma_{12}, \dots, \gamma_{1m} \\ \gamma_{21}, \gamma_{22}, \dots, \gamma_{2m} \\ \vdots \\ \gamma_{n1}, \gamma_{n2}, \dots, \gamma_{nm} \end{pmatrix} \quad (33)$$

將 γ_{ij} 作適當的排列如下：

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1m} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nm} \end{bmatrix} \text{ 或 } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \cdots & \gamma_{mn} \end{bmatrix} \quad (34)$$

在關聯矩陣中，如果 $\forall i$ 列滿足

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1i} \\ \gamma_{2i} \\ \vdots \\ \gamma_{mi} \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} \gamma_{1j} \\ \gamma_{2j} \\ \vdots \\ \gamma_{mj} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j \neq i \quad (35)$$

則稱 y_i 相對於其他的 y_j 為最優，也就是說，從對於 x_i 的關聯度來看， y_i 是系統的最優序列。

3.4 模型檢驗方法

欲檢驗模型的精確度，有以下幾種方法可以進行：

1. 回代檢驗

即作逐點檢驗，求出各時點實際值與模型值之誤差百分比。主要是找出最大誤差、平均誤差、最大相對誤差與平均相對誤差等，檢驗是否滿足要求或超過允許誤差範圍。

2. 關聯度檢驗

用於模型精確度分析的關聯度計算比較簡單，只需比較原始序列與模型還原值在各對應時點的絕對差值，再計算關聯係數以求出關聯度，即可作為模型檢驗的一個量度。其步驟如下所示：

步驟一、計算各個時刻原始數據與還原數據之間的絕對差

$$\Delta(t) = \left| x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t) \right|, \quad t = 1, 2, \dots, N \quad (36)$$

步驟二、在 $(\Delta(t))$ 數列中，找出最大絕對差 Δ_{\max} 與最小絕對差 Δ_{\min} ，

有時 $\Delta \min$ 可以直接取 0 來計算。

步驟三、計算關聯係數

$$L(t) = \frac{\Delta \min + \Delta \max}{\Delta(t) + \Delta \max}, \quad t = 1, 2, \dots, N \quad (37)$$

步驟四、計算關聯度

$$\gamma = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N L(t) \quad (38)$$

由於關聯度是因素間關聯性比較的量度，因此其絕對值意義並不大，而且只是提供了衡量因素間密切程度的相對大小。

3. 後驗差檢驗

步驟一、計算原始序列的均值與均方差

$$\bar{x}^{(0)} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x^{(0)}(t) \quad (39)$$

$$S_1 = \sqrt{\sum_{t=1}^N \frac{(x^{(0)}(t) - \bar{x}^{(0)})^2}{N-1}} \quad (40)$$

步驟二、計算殘差絕對值與均方差

$$\bar{\Delta}^{(0)} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t)| \quad (41)$$

$$S_2 = \sqrt{\sum_{t=1}^N \frac{(\Delta^{(0)}(t) - \bar{\Delta}^{(0)})^2}{N-1}} \quad (42)$$

步驟三、計算方差比 C

$$C = \frac{S_2}{S_1} \quad (43)$$

步驟四、計算小誤差概率 P

$$p = P \left\{ \left| \Delta^{(0)}(t) - \bar{\Delta}^{(0)} \right| < 0.6745 S_1 \right\} \quad (44)$$

根據經驗，模型檢定精度分為四個等級，如表 3.1 所示：

表 3.1 模型檢定精度表

精度等級	C	p
等級1 (好)	$C \leq 0.35$	$p \geq 0.95$
等級2 (合格)	$0.35 < C \leq 0.5$	$0.8 \leq p < 0.95$
等級3 (勉強)	$0.5 < C \leq 0.65$	$0.7 \leq p < 0.8$
等級4 (不合格)	$C > 0.65$	$p < 0.7$

4. 滾動檢驗

GM(1,1)滾動模型是利用同一序列前面幾個數據(通常以第四點開始)建立 GM(1,1)模型後，再預測下一個數據(第五點數據)的值後，再向後移一點(第五點)，同樣建立 GM(1,1)模型，以此類推的做到原始數據的最後一點為止，主要是檢驗 GM(1,1)模型的精度，此一方式稱為滾動檢驗。其滾動檢驗誤差定義為：

$$e = \frac{1}{n-4} \sum_{k=4}^{n-1} e(k+1)\% \quad (45)$$

另外灰色模型尚有其它較特殊之模型，請參閱附錄三。

第四章 灰預測模型的建構與分析

本章主要依據上述灰色預測中之 GM(1,1)模型、灰關聯分析與 GM(1,N)模型三大部份之理論，利用相關部門之資料為原始數據，導入其中並與以分析，以建構符合此產業之灰預測模型，並與移動平均法、指數平滑法與簡單時間迴歸分析等常用之預測方法做一比較。其中 GM(1,1)模型部份採滾動建模檢驗方式利用 Grey Model(1,1) Version 1.0 軟體做為試算工具加以檢驗並求出平均準確度。灰關聯分析部份則以局部性灰關聯方式，以 Grey Relation V1.1 軟體做為試算工具，求出其關聯度並加以排序。最後 GM(1,N)模型部份則以灰關聯順序之八個因子為影響因素，利用 Grey System Reseach Center 為主體所製作之 GMhN 軟體為工具加以試算，求出相關係數並帶入公式計算準確度，其操作過程如附錄二。

4.1 GM (1,1) 建模

本研究為建構產險產值之灰預測模式，引用財團法人保險事業發展中心所編制之財產保險業保費收入統計表中之總計部份（見表 4.1），作為建模之總產值原始資料。

表 4.1 財產保險業保費收入統計表

年度	81	82	83	84	85	86
總產值	52,993	60,031	68,524	74,864	72,974	72,681
年度	87	88	89	90	91	
總產值	75,922	85,207	87,835	90,830	101,433	

資料來源：財團法人保險事業發展中心及本研究整理
註：百萬元以下捨去

灰色理論的優點是利用很少的資料，最少四筆數據，即可求出不錯的結果，因此本研究將在表 4-2 的 10 筆資料中，以年做為時間順序，為了降低殘差的誤差值以提高預測的準確度，故採用滾動檢驗建模之方式(王成財等，民 91)，首先將原始資料以每四筆資料歸為一組。如：81~84 年為第一組，82~85 年為第二組，依序共區分為七組(見表 4.2)。再者每五筆資料歸為一組，如：81~85 年為第一組，82~86 年為第二組，依序共區分為六組(見表 4.3)。再來每六筆資料歸為一組，如：81~86 年為第一組，82~87 年為第二組，依序共區分為五組(見表 4.4)。以此類推，最後以十筆為一組共分為一組(見表 4.8)，比較其中不同資料型態是否會影響模型之準確度，並找出最佳預測筆數。

表 4.2 每四筆一組之建模原始數據組

年 組別	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
第一組	52,993	60,031	68,524	74,864						
第二組		60,031	68,524	74,864	72,974					
第三組			68,524	74,864	72,974	72,681				
第四組				74,864	72,974	72,681	75,922			
第五組					72,974	72,681	75,922	85,207		
第六組						72,681	75,922	85,207	87,835	
第七組							75,922	85,207	87,835	90,830

表 4.3 每五筆一組之建模原始數據組

年 組別	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
第一組	52,993	60,031	68,524	74,864	72,974					
第二組		60,031	68,524	74,864	72,974	72,681				
第三組			68,524	74,864	72,974	72,681	75,922			
第四組				74,864	72,974	72,681	75,922	85,207		
第五組					72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	
第六組						72,681	75,922	85,207	87,835	90,830

表 4.4 每六筆一組之建模原始數據組

年 組別	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
第一組	52,993	60,031	68,524	74,864	72,974	72,681				
第二組		60,031	68,524	74,864	72,974	72,681	75,922			
第三組			68,524	74,864	72,974	72,681	75,922	85,207		
第四組				74,864	72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	
第五組					72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	90,830

表 4.5 每七筆一組之建模原始數據組

年 組別	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
第一組	52,993	60,031	68,524	74,864	72,974	72,681	75,922			
第二組		60,031	68,524	74,864	72,974	72,681	75,922	85,207		
第三組			68,524	74,864	72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	
第四組				74,864	72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	90,830

表 4.6 每八筆一組之建模原始數據組

年 組別	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
第一組	52,993	60,031	68,524	74,864	72,974	72,681	75,922	85,207		
第二組		60,031	68,524	74,864	72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	
第三組			68,524	74,864	72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	90,830

表 4.7 每九筆一組之建模原始數據組

年 組別	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
第一組	52,993	60,031	68,524	74,864	72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	
第二組		60,031	68,524	74,864	72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	90,830

表 4.8 每十筆一組之建模原始數據組

年 組別	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
第一組	52,993	60,031	68,524	74,864	72,974	72,681	75,922	85,207	87,835	90,830

這裡以表 4.2 的第一組為範例，利用 GM(1,1)電腦程式（溫坤禮，民 91）來建構 GM 模型，其步驟如下：

一、原始序列：

$$x^{(0)}(t) = (52993, 60031, 68524, 74864)$$

二、AGO 生成：

$$x^{(1)}(t) = (52993, 113024, 181548, 256412)$$

三、均值生成：

$$A = (830085, 147286, 218980)$$

四、利用 GM(1,1)求解，得到如下表 4.9 所示的結果：

表 4.9 第一組預測結果

模型精度： a=-0.1087 b=51528.6156			
K	預測值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	殘差 $e(k)\%$
1		52993	
2	60517.98	60031	-0.8112
3	67466.69	68524	1.5430
4	75213.24	74864	-0.4665
K=5	83849.26		平均殘差=0.9402%

$$\begin{aligned} \text{計算準確度} &= \left(1 - \frac{|\text{預測值} - \text{實際值}|}{\text{實際值}} \right) = \left(1 - \frac{|83849.26 - 72974|}{72974} \right) \\ &= \left(1 - \frac{10875.26}{72974} \right) = (1 - 0.1490) = 85.1\% \end{aligned}$$

依照上述步驟，將表 4.2 之第二組~第七組資料代入 GM(1,1)模式試算並整理出準確度，結果如下所述：

表 4.10 第二組預測結果

模型精度 a=-0.0303 b=67073.7525			
K	預測值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	殘差 $e(k)\%$
2		60031	
3	69944.18	68524	-2.0725
4	72093.77	74864	3.7003
5	74309.43	72974	-1.8300
K=6	76593.19	準確度：94.62%	平均殘差：2.5343%

表 4.11 第三組預測結果

模型精度 a=0.0149 b=76181.5345			
K	預測值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	殘差 $e(k)\%$
3		68524	
4	74603.07	74864	0.3485
5	73499.52	72974	-0.7202
6	72412.30	72681	0.3697
K=7	71341.16	準確度：93.88%	平均殘差：0.4795%

表 4.12 第四組預測結果

模型精度 a=-0.0206 b=70079.6090			
K	預測值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	殘差 $e(k)\%$
4		74864	
5	72363.56	72974	0.8365
6	73869.03	72681	-1.6346
7	75405.81	75992	0.7714
K=8	76974.57	準確度：90.34%	平均殘差：1.0808%

表 4.13 第五組預測結果

模型精度 a=-0.0813 b=62856.5768			
K	預測值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	殘差 $e(k)\%$
5		72974	
6	71664.73	72681	1.3983
7	77735.67	75992	-2.2945
8	84320.89	85207	1.0400
K=9	91463.96	準確度：95.87%	平均殘差：1.5776%

表 4.14 第六組預測結果

模型精度 a=-0.0704 b=69412.2948			
K	預測值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	殘差 $e(k)\%$
6		72681	
7	77211.70	75992	-1.6050
8	82840.83	85207	2.7770
9	88880.35	87835	-1.1901
K=10	95360.19	準確度：95.01%	平均殘差：1.8574%

表 4.15 第七組預測結果

模型精度			
K	預測值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	殘差 $e(k)\%$
7		75992	
8	85151.94	75207	0.0646
9	87919.45	87835	-0.0962
10	90776.91	90830	0.0584
K=11	93727.24	準確度：92.40%	平均殘差：0.0731%

表 4.16 四筆一組之 GM(1,1)模型預測結果

組別	模型值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	準確度(%)
第一組	83849.26	72974	85.10
第二組	76593.19	72681	94.62
第三組	71341.17	75992	93.88
第四組	76974.57	85207	90.34
第五組	91463.97	87835	95.87
第六組	95360.19	90830	95.01
第七組	93727.24	101433	92.40
平均準確度：92.46%			

將第一組~第七組之試算結果彙整如表 4.16，從表 4.16 的結果可得到，以四筆為一組所做的預測值，準確度都很高，平均達到 92.46%，就算較差的第一組亦達到 85.1%之準確度，最高的則可達到 95.87%，顯示此產業非常適合用 GM(1,1)來預測。由表 4.16 顯示四筆一組之平均準確度達 92.46%，為進一步做探討，本研究省略繁雜之計算過程，將以”五筆一組”及”六筆一組”之原始數據經 GM(1,1)模型試算結果彙整如下：

表 4.17 五筆一組之 GM(1,1)模型預測結果

組別	模型值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	準確度(%)
第一組	80744.20	72681	88.91
第二組	74894.62	75992	98.56
第三組	74914.63	85207	87.92
第四組	87491.42	87835	99.61
第五組	94970.02	90830	95.44
第六組	97202.94	101433	95.83
平均準確度：94.38%			

表 4.18 六筆一組之 GM(1,1)模型預測結果

組別	模型值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	準確度(%)
第一組	78831.21	75992	96.26
第二組	76885.38	85207	90.23
第三組	83964.06	87835	95.59
第四組	92583.57	90830	98.07
第五組	97770.47	101433	96.39
平均準確度：95.31%			

經表 4.16、表 4.17 及表 4.18 之 GM(1,1)模型預測結果顯示，其平均準確度呈現上升之趨勢，尚無法確認最佳預測模型，為求最佳預測模式參數，故再以七筆一組、八筆一組、九筆一組及十筆一組之 GM(1,1)模型加以計算並分析之：

表 4.19 七筆一組之 GM(1,1)模型預測結果

組別	模型值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	準確度(%)
第一組	80050.42	85207	93.95
第二組	84229.90	87835	95.90
第三組	84600.19	90830	98.65
第四組	96361.48	101433	95.00
平均準確度：95.88%			

表 4.20 八筆一組之 GM(1,1)模型預測結果

組別	模型值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	準確度(%)
第一組	86261.16	87835	98.21
第二組	89438.80	90830	98.47
第三組	94001.12	101433	92.67
平均準確度：96.45%			

表 4.21 九筆一組之 GM(1,1)模型預測結果

組別	模型值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	準確度(%)
第一組	90971.20	90830	99.84
第二組	93769.55	101433	92.45
平均準確度：96.15%			

表 4.22 十筆一組之 GM(1,1)模型預測結果

組別	模型值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	實際值 $x^{(0)}(k)$	準確度(%)
第一組	95054.16	101433	93.70
平均準確度：93.70%			

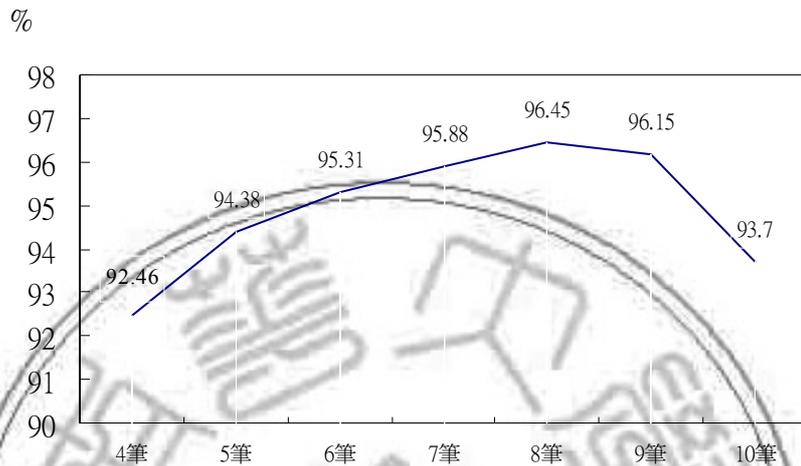


圖 4.1 GM(1,1)模型平均準確度分析圖

由上圖可得知，4~7 筆一組預測值時，預測準確度是上升趨勢，至 8 筆一組預測時，準確度達 96.45%，為圖形之最高點，表示最佳預測準確度，之後 9~10 筆一組時則是下降趨勢。所以由此分析圖，本研究可推論，用 8 筆數據來預測第 9 筆對該產業而言，可得最佳預測值。而此預測結果亦符合灰色理論”至少四筆資料”即可得到不錯預測值之推論，因為本研究四筆即可得到 92.06%之平均準確度，亦證明該產險業產值相當適合用灰預測來加以預測。

4.2 灰關聯分析

雖然 GM(1,1)模型在本研究預測的準確度上有不錯的水準，但依然有改善的空間，為進一步提高預測的準確性，考慮到產業的整體環境中，有許多因素會影響產值的變化。如天氣的冷熱會影響冰品與熱食的銷售

量，風景地區商家的生意與假日有關，而就股票市場而言，內線消息、外資動態或政治因素均會對其產生重大影響，建構模型時應該考慮這些變數。適時利用這些變數，會提高模型的準確度，GM(1,1)模型是灰色理論 GM(1,N)模型中，最基本且最常用的預測模型，而 GM(1,1)表示當 N=1 時的特殊情況，可獲得不錯的效果，可從圖 4.1 得到證明。但只考慮原始數據的時間變化，無法反應真實的影響因素。本研究為探討影響準確度的因子，欲利用 GM(1,N)來建構預測模型並分析導入其他不同因素的結果，尋找最佳預測模型。欲建構 GM(1,N)模型，需先做灰關聯分析找出其真正的影響因素，而會影響產值的因素很多，有些可量化，有些無法量化，有些權輕，有些權重，無法一一拿來檢測。因本研究為產險業之產值預測，故應考量的因素應為較會影響整體產業的因素。本研究從最近文獻中(保發中心，民 92)粹取其所編印的保險市場重要指標中之國情統計資料表做為其初步之因素並加以分析。其基本數據如下(見表 4.23)：

表 4.23 國情統計資料表

年	戶籍登記 人口數 (千人)	國民生產 毛額 GNP (億元)	國內生產 毛額 GDP (億元)	國民所 得 (億元)	平均每人 國民所得 (元)	消費者物 價指數 CPI(%)	國民儲 蓄率 (%)	經濟 成長 率(%)
81	20,803	54,598	53,390	49,841	241,307	87.33	28.99	7.49
82	20,995	60,322	59,184	55,080	264,196	89.90	28.81	7.01
83	21,178	65,710	64,636	60,199	286,191	93.58	27.62	7.11
84	21,357	71,291	70,179	65,360	308,086	97.02	27.04	6.42
85	21,525	77,876	76,781	71,424	333,948	100.00	26.73	6.10
86	21,743	84,174	83,288	77,140	357,503	100.90	26.39	6.68
87	21,929	90,066	89,390	82,579	379,202	102.60	26.00	4.57
88	22,092	93,758	92,899	85,717	390,466	102.78	26.05	5.42
89	22,277	98,033	96,634	89,249	403,382	104.81	25.44	5.86
90	22,406	96,980	95,066	87,652	393,447	104.06	23.95	-2.18
91	22,521	99,889	97,343	90,082	402,296	99.80	25.39	3.54

資料來源：行政院主計處

由於灰色理論僅能討論非負數據的問題，而其中經濟成長率 90 年度為負成長（-2.18），因此必須將負的資料映射成正的資料，所以當所探討的資料有負值時，傳統的灰建模必須做修正（翁慶昌，民 90），本研利用偏移量映射運算元修正其經濟成長率如下：

$$\text{令 } \varepsilon = 1 \quad \text{則 } \text{bias} = \left| \min_{k=1}^n y^{(0)}(k) \right| + \varepsilon = 3.18$$

則經偏移量映射生成後之經濟成長率序列（見表 4.24）：

表 4.24 修正後之經濟成長率

年	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91
%	10.67	10.19	10.29	9.60	9.28	9.86	7.75	8.60	9.04	1.00	6.72

因為 8 筆一組預測結果最佳，而其原始數據亦滿足可比性，故使用此原始數據做為灰關聯分析之參考數列，其過程如下：

1. 以表(4.6)的第一組為參考數列：

$$x_0^{(0)}(t) = (52993, 60031, 68524, 74864, 72974, 72681, 75992, 85207)$$

2. 以國情資料表(4.23)中之 81~88 年戶籍登記人口數($x_1^{(0)}(t)$)、國民生產毛額($x_2^{(0)}(t)$)、國內生產毛額($x_3^{(0)}(t)$)、國民所得($x_4^{(0)}(t)$)、平均每人國民所得($x_5^{(0)}(t)$)、消費者物價指數($x_6^{(0)}(t)$)、國民儲蓄率($x_7^{(0)}(t)$)，及表(4.24)修正過之經濟成長率($x_8^{(0)}(t)$)為比較數列

$$x_1^{(0)}(t) = (20803, 20995, 21178, 21357, 21525, 21743, 21929, 22092)$$

$$x_2^{(0)}(t) = (54598, 60322, 65710, 71291, 77876, 84174, 90066, 93758)$$

$$x_3^{(0)}(t) = (53390, 59184, 64636, 70179, 76781, 83288, 89390, 92899)$$

$$x_4^{(0)}(t) = (49841, 55080, 60199, 65360, 71424, 77140, 82579, 85717)$$

$$x_5^{(0)}(t) = (241307, 264196, 286191, 308086, 333948, 357503, 379202, 390466)$$

$$x_6^{(0)}(t) = (87.33, 89.90, 93.58, 97.02, 100.00, 100.90, 102.60, 102.78)$$

$$x_7^{(0)}(t) = (28.99, 28.81, 27.62, 27.04, 26.73, 26.39, 26.00, 26.05)$$

$$x_8^{(0)}(t) = (10.67, 10.19, 10.29, 9.6, 9.28, 9.86, 7.25, 8.6)$$

3. 以 GM(1,N)模式，以求得灰關聯係數（見表 4.25）與灰關聯度（見表 4.26）

表 4.25 第一組之灰關聯係數表

灰關聯	t=1	2	3	4	5	6	7	8
$L_{0,1}(t)$	0.8274	0.7979	0.7647	0.7418	0.7493	0.7512	0.7398	0.7088
$L_{0,2}(t)$	0.9915	1.0000	0.9838	0.9790	0.9707	0.9317	0.9173	0.9488
$L_{0,3}(t)$	0.9993	0.9964	0.9770	0.9721	0.9775	0.9368	0.9211	0.9538
$L_{0,4}(t)$	0.9816	0.9704	0.9501	0.9432	0.9918	0.9375	0.9605	0.9986
$L_{0,5}(t)$	0.4485	0.4286	0.4130	0.3963	0.3697	0.3496	0.3355	0.3340
$L_{0,6}(t)$	0.7440	0.7194	0.6918	0.6725	0.6781	0.6790	0.6692	0.6432
$L_{0,7}(t)$	0.7438	0.7192	0.6916	0.6723	0.6779	0.6788	0.6690	0.6430
$L_{0,8}(t)$	0.7437	0.7191	0.6915	0.6722	0.6779	0.6781	0.6689	0.6430

表 4.26 第一組之關聯度表

$r_{0,i}$	$r_{0,1}$	$r_{0,2}$	$r_{0,3}$	$r_{0,4}$	$r_{0,5}$	$r_{0,6}$	$r_{0,7}$	$r_{0,8}$
關聯度	0.7601	0.9653	0.9667	0.9712	0.3844	0.6872	0.6869	0.6869

從表 4.26 的結果可得到，國民所得對於產值的關聯度最高($r_{0,4}$)，而平均每人國民所得則是最低($r_{0,5}$)。表 4.27 及表 4.28 是第二組及第三組之產值與各影響因子數列資料表。依照上述過程，將表(4.27)及表(4.28)資料透過灰關聯程式求解，得到各組的關聯係數表及關聯度表。

表 4.27 第二組 (82~89 年) 之產值與各影響因子數列

$x_i^{(0)}(t)$	t=1	2	3	4	5	6	7	8
$x_0^{(0)}(t)$	60031	68524	74864	72974	72681	75992	85207	87835
$x_1^{(0)}(t)$	20995	21178	21357	21525	21743	21929	22092	22277
$x_2^{(0)}(t)$	60322	65710	71291	77876	84174	90066	93758	98033
$x_3^{(0)}(t)$	59184	64636	70179	76781	83288	89390	92899	96634
$x_4^{(0)}(t)$	55080	60199	65360	71424	77140	82579	85717	89249
$x_5^{(0)}(t)$	264196	286191	308086	333948	357503	379202	390466	403383
$x_6^{(0)}(t)$	89.90	93.58	97.02	100.00	100.90	102.60	102.78	104.81
$x_7^{(0)}(t)$	28.81	27.62	27.04	26.73	26.39	26.00	26.05	25.44
$x_8^{(0)}(t)$	10.19	10.29	9.6	9.28	9.86	7.25	8.6	9.04

表 4.28 第三組（83~90 年）之產值與各影響因子數列

$x_i^{(0)}(t)$	t=1	2	3	4	5	6	7	8
$x_0^{(0)}(t)$	68524	74864	72974	72681	75992	85207	87835	90830
$x_1^{(0)}(t)$	21178	21357	21525	21743	21929	22092	22277	22406
$x_2^{(0)}(t)$	65710	71291	77876	84174	90066	93758	98033	96980
$x_3^{(0)}(t)$	64636	70179	76781	83288	89390	92899	96634	95066
$x_4^{(0)}(t)$	60199	65360	71424	77140	82579	85717	89249	87652
$x_5^{(0)}(t)$	286191	308086	333948	357503	379202	390466	403383	393487
$x_6^{(0)}(t)$	93.58	97.02	100.00	100.90	102.60	102.78	104.81	104.06
$x_7^{(0)}(t)$	27.62	27.04	26.73	26.39	26.00	26.05	25.44	23.95
$x_8^{(0)}(t)$	10.29	9.6	9.28	9.86	7.25	8.6	9.04	1.00

表 4.29 第二組之灰關聯係數表

關聯係數	t=1	2	3	4	5	6	7	8
$L_{0,1}(t)$	0.8031	0.7706	0.7481	0.7555	0.7573	0.7462	0.7156	0.7078
$L_{0,2}(t)$	1.0000	0.9843	0.9797	0.9717	0.9338	0.9198	0.9503	0.9410
$L_{0,3}(t)$	0.9965	0.9777	0.9730	0.9782	0.9382	0.9387	0.9234	0.9553
$L_{0,4}(t)$	0.9714	0.9516	0.9449	0.9921	0.9743	0.9617	0.9986	0.9929
$L_{0,5}(t)$	0.4367	0.4210	0.4043	0.3775	0.3571	0.3429	0.3414	0.3339
$L_{0,6}(t)$	0.7260	0.6988	0.6797	0.6853	0.6862	0.6765	0.6508	0.6438
$L_{0,7}(t)$	0.7258	0.6986	0.6795	0.6851	0.6860	0.6762	0.6506	0.6436
$L_{0,8}(t)$	0.7258	0.6985	0.6795	0.6850	0.6859	0.6762	0.6505	0.6436

表 4.30 第二組之關聯度表

$r_{0,i}$	$r_{0,1}$	$r_{0,2}$	$r_{0,3}$	$r_{0,4}$	$r_{0,5}$	$r_{0,6}$	$r_{0,7}$	$r_{0,8}$
關聯度	0.7505	0.9601	0.9615	0.9734	0.3768	0.6809	0.6807	0.6806

表 4.31 第三組灰關聯係數表

灰關聯 係數	t=1	2	3	4	5	6	7	8
$L_{0,1}(t)$	0.7717	0.7492	0.7565	0.7584	0.7472	0.7166	0.7087	0.6998
$L_{0,2}(t)$	0.9857	0.9810	0.9730	0.9351	0.9211	0.9517	0.9423	0.9656
$L_{0,3}(t)$	0.9791	0.9743	0.9796	0.9400	0.9247	0.9566	0.9502	0.9770
$L_{0,4}(t)$	0.9591	0.9462	0.9935	0.9757	0.9630	1.0000	0.9943	0.9834
$L_{0,5}(t)$	0.9529	0.4048	0.3780	0.3576	0.3434	0.3918	0.3344	0.3438
$L_{0,6}(t)$	0.4216	0.6807	0.6863	0.6871	0.6774	0.6517	0.6447	0.6370
$L_{0,7}(t)$	0.6997	0.6805	0.6860	0.6869	0.6772	0.6515	0.6445	0.6368
$L_{0,8}(t)$	0.6995	0.6804	0.6860	0.6869	0.6771	0.6514	0.6445	0.6367

表 4.32 第三組關聯度表

$r_{0,i}$	$r_{0,1}$	$r_{0,2}$	$r_{0,3}$	$r_{0,4}$	$r_{0,5}$	$r_{0,6}$	$r_{0,7}$	$r_{0,8}$
關聯度	0.7385	0.9569	0.9602	0.9761	0.3657	0.6706	0.6704	0.6703

表 4.33 各組關聯度值平均表

$r_{0,i}$	$r_{0,1}$	$r_{0,2}$	$r_{0,3}$	$r_{0,4}$	$r_{0,5}$	$r_{0,6}$	$r_{0,7}$	$r_{0,8}$
平均值	0.7497	0.9607	0.9628	0.9736	0.3756	0.6795	0.6793	0.6792

表 4.34 辨識係數 ρ 與關聯度 $r_{0,i}$ 平均值對照表

$\rho \backslash r_{0,i}$	$r_{0,1}$	$r_{0,2}$	$r_{0,3}$	$r_{0,4}$	$r_{0,5}$	$r_{0,6}$	$r_{0,7}$	$r_{0,8}$
0.1	0.3793	0.8401	0.8461	0.8866	0.1090	0.3009	0.3007	0.3006
0.2	0.5473	0.9097	0.9139	0.9379	0.1952	0.4606	0.4604	0.4603
0.3	0.6435	0.9370	0.9401	0.9572	0.2661	0.5607	0.5605	0.5604
0.4	0.7059	0.9517	0.9540	0.9673	0.3253	0.6294	0.6292	0.6292
0.5	0.7497	0.9607	0.9628	0.9736	0.3756	0.6795	0.6793	0.6792
0.6	0.7821	0.9670	0.9687	0.9778	0.4189	0.7177	0.7175	0.7174
0.7	0.8071	0.9715	0.9730	0.9809	0.4565	0.7477	0.7476	0.7475
0.8	0.8269	0.9750	0.9763	0.9832	0.4895	0.7720	0.7718	0.7718
0.9	0.8431	0.9776	0.9789	0.9851	0.5188	0.7920	0.7918	0.7918
1.0	0.8565	0.9798	0.9809	0.9865	0.5448	0.8088	0.8086	0.8086

透過表 4.26、4.30、4.32 計算關聯度之平均值，得到表 4.33 之結果。在 3.3 節所提到的，各因素關聯度數值的大小，其實際意義並不重要，序

列之間的關聯順序才是分析的關鍵。由表 4.33 可得到灰關聯序為 $X_4 > X_3 > X_2 > X_1 > X_6 > X_7 > X_8 > X_5$ ，即國民所得對產值關聯度最高，國內生產毛額（GDP）次之，平均每人國民所得最低。這些結果可提供我們在建構 GM(1,N)模型時做一分析比較的依據。表 4.33 中之關聯度值是當辨識係數(ρ)為 0.5 時所計算而得，此為傳統上之認定，但實務上辨識係數會影響關聯度的大小進而決定影響因子的取捨，本研究為求周延，按照上述操作過程與方法，從辨識係數 0.1,0.2,0.3,...1.0，分別求取如表 4.33 之關聯度平均值彙整如表 4.34。從表 4.34 的結果得知，當辨識係數為 0.1 以上時， $r_{0,2}$ 、 $r_{0,3}$ 及 $r_{0,4}$ 其關聯度值均在 0.5 以上，表示國民生產毛額 ($x_2^{(0)}(t)$)，國內生產毛額 ($x_3^{(0)}(t)$) 及國民所得 ($x_4^{(0)}(t)$) 對產險業產值 ($x_0^{(0)}(t)$) 有絕對程度的影響。

4.3 GM(1,N)模型

從上節分析得到之灰關聯序為 $X_4 > X_3 > X_2 > X_1 > X_6 > X_7 > X_8 > X_5$ ，即“國民所得>國內生產毛額>國民生產毛額>戶籍登記人口數>消費者物價指數>國民儲蓄率>經濟成長率>平均每人國民所得”，當 ρ 為 0.1 時只有 $r_{0,2}$ 、 $r_{0,3}$ 及 $r_{0,4}$ 其關聯度值為 0.8401、0.8461 及 0.8866 大於 0.5 以上，表示國民生產毛額、國內生產毛額與國民所得對產險業產值有相當程度的影響；而當 ρ 為 1.0 時則本研究全部之影響因子其關聯度值均在 0.5 以上，顯示其對產值均有一定程度之影響。故本研究首先擬以全部因子代入求取 GM(1,8)模型之準確度，其過程如下

1. 選定原始數據：由表 4.1、表 4.23 及表 4.24 中粹取相關的因子形成原始數據，製成如表 4.35：

表 4.35 產值與各影響因子數列

$x_i^{(0)}(t)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$x_0^{(0)}(t)$	52993	60031	68524	74864	72974	72681	75922	85207	87835	90830	101433
$x_1^{(0)}(t)$	20803	20995	21178	21357	21525	21743	21929	22092	22277	22406	22521
$x_2^{(0)}(t)$	54598	60322	65710	71291	77876	84174	90066	93758	98033	96980	99889
$x_3^{(0)}(t)$	53390	59184	64636	70179	76781	83288	89390	92899	96634	95066	97343
$x_4^{(0)}(t)$	49841	55080	60199	65360	71424	77140	82579	85717	89249	87652	90082
$x_5^{(0)}(t)$	241307	264196	286191	308086	333948	357503	379202	390466	403382	393447	402296
$x_6^{(0)}(t)$	87.33	89.90	93.58	97.02	100.00	100.90	102.60	102.78	104.81	104.06	99.80
$x_7^{(0)}(t)$	28.99	28.81	27.62	27.04	26.73	26.39	26.00	26.05	25.44	23.95	25.39
$x_8^{(0)}(t)$	10.67	10.19	10.29	9.60	9.28	9.86	7.75	8.60	9.04	1.00	6.72

2. 對各數列分別作一次累加生成。得到下面結果：

$$x_0^{(1)}(t) = (52993, 113024, 181548, 256412, 329386, 402067, 477989, 563196, 651031, 741861, 843294)$$

$$x_1^{(1)}(t) = (20803, 41798, 62976, 84333, 105858, 127601, 149530, 171622, 193899, 216305, \\ 238826)$$

$$x_2^{(1)}(t) = (54598, 114920, 180630, 251921, 329797, 413971, 504037, 597795, 695828, 792808, \\ 892697)$$

$$x_3^{(1)}(t) = (53390, 112574, 177210, 247389, 324170, 407458, 496848, 589747, 686381, 781447, \\ 878790)$$

$$x_4^{(1)}(t) = (49841, 104921, 165120, 230480, 301904, 379044, 461623, 547340, 636589, 724241, \\ , 814323)$$

$$x_5^{(1)}(t) = (241307, 505503, 791694, 1099780, 1433728, 1791231, 2170433, 2560899, 2964281, \\ 3357728, 3760024)$$

$$x_6^{(1)}(t) = (87.33, 177.23, 270.81, 367.83, 467.83, 568.73, 671.33, 774.11, 878.92, 982.98, \\ 1082.78)$$

$$x_7^{(1)}(t) = (28.99, 57.8, 85.42, 112.46, 139.19, 165.58, 191.58, 217.63, 243.07, 267.02, 292.41)$$

$$x_8^{(1)}(t) = (10.67, 20.86, 31.15, 40.75, 50.03, 59.89, 67.64, 76.24, 85.28, 86.28, 93)$$

利用 GM(1,N)模式求解得到

$$a=0.1434$$

$$b_1=-6.72 \quad b_1/a=-46.8619$$

$$b_2=-12.1607 \quad b_2/a=-84.8026$$

$$b_3=6.0224 \quad b_3/a=41.9972$$

$$b_4=26.1604 \quad b_4/a=182.4296$$

$$b_5=-4.5658 \quad b_5/a=-31.8396$$

$$b_6=103.7725 \quad b_6/a=723.6576$$

$$b_7=11146.2850 \quad b_7/a=77728.6262$$

$$b_8=-1331.7289 \quad b_8/a=-9286.8124$$

代入微分方程式可得：

$$\frac{dx_0^{(1)}}{dt} + 0.1434x_0^{(1)} = -6.72x_1^{(1)} - 12.1607x_2^{(1)} + 6.0224x_3^{(1)} + 26.1604x_4^{(1)} - 4.5658x_5^{(1)} + 103.7725x_6^{(1)} + 11146x_7^{(1)} - 1331x_8^{(1)}$$

微分方程的函數為

$$\begin{aligned} \hat{x}_0^{(1)}(t) = & (52993 + 46.8619x_1^{(1)}(t) + 84.8026x_2^{(1)}(t) - 41.9972x_3^{(1)}(t) - 182.4296x_4^{(1)}(t) + \\ & 31.8396x_5^{(1)}(t) - 723.6576x_6^{(1)}(t) - 77728.6262x_7^{(1)}(t) + 9286.8124x_8^{(1)}(t))e^{-0.1434t} \\ & - 46.8619x_1^{(1)}(t) - 84.8026x_2^{(1)}(t) + 41.9972x_3^{(1)}(t) + 182.4296x_4^{(1)}(t) - \\ & 31.8396x_5^{(1)}(t) + 723.6576x_6^{(1)}(t) + 77728.6262x_7^{(1)}(t) - 9286.8124x_8^{(1)}(t) \end{aligned}$$

t=11 代入函數

$$\hat{x}_0^{(1)}(11) = 1200643.1708$$

$$x_0^{(0)}(11) = \hat{x}_0^{(1)}(11) - \hat{x}_0^{(1)}(10) = 1200643.1708 - 1025260.0013 = 175483.1695$$

$$\begin{aligned} \text{計算準確度} &= \left(1 - \frac{|\text{預測值} - \text{實際值}|}{\text{實際值}}\right) = \left(1 - \frac{|175483.1695 - 101433|}{101433}\right) \\ &= \left(1 - \frac{74050.1695}{101433}\right) = (1 - 0.73004) = 26.996\% \end{aligned}$$

由其結果顯示準確度非常不理想，分析其原因，有可能是前面提到的一些無法量化因素導致的結果。但由於本研究的範圍與限制，不考慮非量化因素與從原始產值數據中無法顯現影響程度的關係與大小，因此不詳加探討。而另一原因亦有可能是影響因子間交互影響的結果，因而

降低其準確度。由此 GM(1,8)模型結果可得知並非代入愈多影響因子其準確度就必然愈高，反而可能產生無法預期之結果。故本研究為求最佳 GM(1,N)模型準確度，擬根據 GM(1,8)模型之八個因子與求解之過程，依關聯序之順序，每一次淘汰一個關聯度值較小之影響因子來建構 GM(1,N)模型，即求 GM(1,8)、GM(1,7)至 GM(1,1)之模型準確度。經導入 GM(1,N)模型計算與匯整結果製成如下表：

表 4.36 GM(1,N)模型預測結果

GM(1,N)	預測值 $x_0^{(0)}(11)$	實際值 $x_0^{(0)}(11)$	準確度(%)
GM(1,8)	175483.1695	101433	26.9960
GM(1,7)	-53074434.9249	101433	*
GM(1,6)	-26016.2924	101433	*
GM(1,5)	136420.4628	101433	65.5067
GM(1,4)	102603.5291	101433	98.8460
GM(1,3)	103579.5712	101433	97.8838
GM(1,2)	92455.1608	101433	91.1490
GM(1,1)	92198.9270	101433	90.8964

註：[*]表預測值失真過大無法預測

由表 4.36 中顯示，GM(1,7)與 GM(1,6)可能與 GM(1,8)一樣，受到非量化因素或因子間交互作用影響而產生無法預測或準確度過差之狀況，不在本研究探討範圍。而 GM(1,4)之準確度為 98.846%為 GM(1,N)模型中之最高者，從關聯序的關係中，本研究可推導出 GM(1,4)模型之影響因子為國民所得、國內生產毛額、國民生產毛額及戶籍登記人口數，其表示此四個因子與產險業產值有絕對密切之影響，加入此四個影響因子即可建構該產業之最佳 GM(1,N)產值預測模型 GM(1,4)。

4.4 常用時間數列預測方法

為進一步驗證灰預測模型是否優於一般預測方法，本節將分別應用移動平均法、指數平滑法與簡單時間迴歸分析等三種方法來建構預測模式，並與灰色模型做一比較與分析。

1. 移動平均法

移動平均法是將設定的 K 期之時間數列資料加以平均，而將所得到的平均值用來預測下一期的時間數列值。現依表 4.1 顯示其時間數列資料共 11 筆，首先設定期數 K=10，並利用 EXECL 軟體運算，彙整如表 4.37。

表 4.37 移動平均法之平均準確度表(K=10)

年度	T	實際產值	移動平均	預測值	準確度
81	1	52993.00			
82	2	60031.00			
83	3	68524.00			
84	4	74864.00			
85	5	72974.00			
86	6	72681.00			
87	7	75922.00			
88	8	85207.00			
89	9	87835.00			
90	10	90830.00	74186.10		
91	11	101433.00		74186.10	73.14%
平均準確度 73.14%					

選擇期數多寡會影響預測之準確度，故本研究依上述操作方式，設定期數由 K=9、8 至 2 分別求出在不同期數下之平均準確度，彙整如表 4.38。

表 4.38 移動平均法之產值平均準確度總表

期數(K)	平均準確度(%)	期數(K)	平均準確度(%)
10	73.14	5	87.23
9	77.55	4	89.24
8	79.88	3	90.41
7	81.66	2	91.45(最高)
6	84.55		

2. 指數平滑法

是一種利用過去時間數列的加權平均值以平滑資料的方法，並利用該加權平均值做為下一期的預測值，其中以一階指數平滑法（First-order Exponential Smoothing）較容易應用，因為預測僅需要三種資料：最近的預測、最近的實際值和平滑常數，其方程式如下：

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha) F_t$$

其中， F_{t+1} = 第 t+1 期(下一期)的預測值

Y_t = t 期(當期)的實際值

F_t = t 期(當期)的預測值

α = 平滑常數($0 \leq \alpha \leq 1$)

因 α 值之大小會影響預測之準確度，故在不知 α 值多少為最佳解之情況下，本方法乃依表 4.1 之資料，設定 α 值由 0.1、0.2 至 1.0 共分十組，代入公式並以軟體試算彙整如下表：

表 4.39 指數平滑法之產值平均準確度總表

α 值	平均準確度(%)	α 值	平均準確度(%)
0.1	76.50	0.6	90.88
0.2	81.79	0.7	91.89
0.3	85.34	0.8	92.53
0.4	87.80	0.9	92.89
0.5	89.57	1.0	93.55(最高)

3. 簡單時間迴歸分析

以簡單直覺來觀察表 4.1 之時間數列資料可知，產險業之總產值在時間過程中有上下波動之情形，並似乎有向上遞增的趨勢。因此，本研究希望配出一條能夠準確描述總產值與時間之關係之趨勢線，此趨勢線可以簡單迴歸模型來估計，其公式如下：

$$Y_t = \alpha + \beta \times t + \varepsilon_t$$

其中， Y_t 為時間數列值； t 代表時間； α 與 β 為迴歸係數； ε_t 為隨機項，滿足迴歸方程式的假設條件。今以表 4.1 之資料為原始數據，利用最小平方方法估計可得 $\beta = 4063.3$, $\alpha = 52283.29$ ，代入公式其總產值之迴歸模式為(假設其通過假設檢定)：

$$Y_t = 52283.29 + 4063.3 \times t$$

將此迴歸線加以圖形化並求出平均準確度如下：

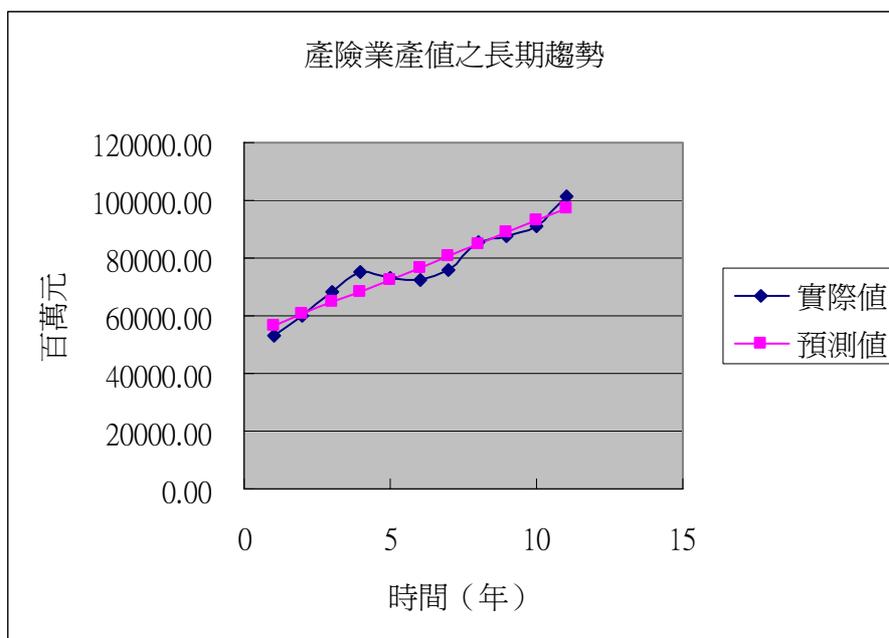


圖 4.2 產值之趨勢迴歸線

表 4.40 時間迴歸模式之產值平均準確度表

年度	t	實際值	預測值	準確度(%)
81	1	52993.00	56366.59	93.63
82	2	60031.00	60449.89	99.30
83	3	68524.00	64533.19	94.18
84	4	74864.00	68616.49	91.65
85	5	72974.00	72699.79	99.62
86	6	72681.00	76783.09	94.36
87	7	75922.00	80866.39	93.49
88	8	85207.00	84949.69	99.70
89	9	87835.00	89032.99	98.64
90	10	90830.00	93116.29	97.48
91	11	101433.00	97199.59	95.83
平均準確度：96.17%				

4.5 模型分析與結論

本研究欲建構一適合產險業之灰預測模式，以總產值為例，利用灰色理論之 GM(1,1)模型與灰關聯分析得到各組之彙整結果，如(圖 4.1)與(表 4.34)所示。圖 4.1 顯示了本研究以灰預測中 GM(1,1)滾動建模的方式所建構之平均準確度；而表 4.34 則表示出辨識係數與影響因子的關聯度值之高低相關狀況；最後表 4.36 是 GM(1,N)的預測結果。除此之外，為求灰預測模型在該產業之可用性，本研究亦納入三種常用之預測方法並比較其準確度，經彙整如下：

表 4.41 預測方法準確度比較表

預測方法	最佳準確度(%)
移動平均法	91.45
指數平滑法	93.55
簡單時間迴歸分析	96.17
GM(1,1)模型	96.45
GM(1,4)模型	98.846

由上表得知，三種常用之預測方法其平均準確度均在 90%以上，但均不如灰色模型之準確度，其中以簡單時間迴歸分析預測達 96.17%，接近 GM(1,1)之 96.45%，但與 GM(1,4)之 98.846%相較尚有 2.676%之差距，若以該產業每年 1000 億之產值而言，其誤差值為 26.76 億，超過一間產險公司設立之資本額，不可不謂不大。

根據整個研究過程與結果，可歸納如下結論：

1. 以該產業運用 GM(1,1)模型而言，用連續八年產值來預測第九年產值可得最佳準確度。
2. 當辨識係數設定為 0.1 以上時(傳統 0.5)，本研究發現，國民生產毛額(GNP)、國內生產毛額(GDP)及國民所得三項之關聯度值均在 0.8 以上，顯示其對該產業產值有絕對相關。
3. GM(1,4)為本研究之預測模式中的最佳模型。

第五章 結論與建議

本章為本研究之總結，綜合各章節之論述與分析結果做一整體性之歸納，包含結論與建議兩部份。結論為本研究之主要結果，而建議則給後續研究者做為參考之用。

5.1 結論

食、衣、住、行是生活的四大需求，缺一不可。而產險其中有許多保單亦涵蓋四大需求，如產品責任保險、公共意外責任保險附加食物中毒保險、火災保險、住家綜合保險、汽車保險及旅遊綜合保險，均是為了滿足人們食、衣、住、行所需而發展的保險單。當經濟環境好轉、國民所得提高，大眾對四大需求亦會因經濟活動頻繁而提高，自然對產險的需求亦同步提升，這由本研究的灰關聯分析中可得到證明。所以產險業產值的多少其實與民生息息相關，除了反應整體經濟環境之狀況外，亦可顯示出當時民生商業活動之熱絡與否。本研究利用具接近人類慣性行為的數學模式—灰色理論，建構與個人民生及企業運營緊密相關之產值預測模型。研究發現無論 GM(1,1)或 GM(1,4)模型在數據呈趨勢線型時有相當不錯的準確度，最高達到平均 98.846%之水準，均優於一般之預測方法。由此可知，產險業產值之預測非常適合以灰色理論來進行。

本研究之學術意義計有下列四點：

1. 藉由文獻蒐集，整理出產業現況與相關之預測理論。
2. 灰色理論的優點是以很少數據理(至少四筆)，即可得準確度相當高的預測值，本研究以各不同筆數加以分組，運用 GM(1,1)模式來建模，發現各組平均準確度均達 90%以上，最高為 96.45%；而以 GM(1,

- 4)所導出的預測模型準確度達 98.846%。故本研究認為該產險業為求最佳預測應採用 GM(1,4)模型來預測產值。
3. 國民所得、國內生產毛額、國民生產毛額及戶籍登記人口數為該產險業之最重要的四個影響因素，藉此建構產值預測模型可得最佳準確度。

5.2 建議

本研究以灰色理論為主軸，建構產險業產值預測模式，找到一準確度蠻高的可行方法，但限於實際情況與研究目的，有些情況並未納入研究範圍，在建構模型時難免有疏漏之處，在此提出一些建議，可供後續作更深入之研究探討。其建議如下：

1. 灰色理論在預測產險業產值時準確度相當不錯，但本研究未與其它方法作一比較，如各種統計方法、經濟模式、類神經網路與模糊理論等。未來研究者可參考本研究結果並考慮應用上述方法進一步分析比較。
2. 探討灰關聯分析時，本研究所選取而欲分析之影響因子並非該產業之全部，實際上還有其它影響預測之因子，有些可能無法量化。未來研究者可利用模糊理論量化因子的方法或是請專家給與權重來探討更實務的影響因子。
3. 產險業的總產值是由各險種的產值合計而來，本研究只針對總產值一項作深入探討。未來研究者可參考本研究結果與方法對各別險種或各公司一一加以分析，建構適合各別險種或各公司之預測模式。

參考文獻

一、中文部份

1. 于宗先(民 61) ，經濟預測，初版，台北：大中國出版社。
2. 方世杰(民 77) ，市場預測方法一百種，台北：書泉出版社。
3. 王成財、蘇千琮、林婧怡、蕭閔耿、陳建國&林陳彥(民 91)，應用灰色系統理論預測空氣品質之研究，第七屆灰色系統理論與應用研討會論文集，高雄，161-166 頁
4. 史開泉、吳國威&黃有評(民83)，灰色信息關係論，台北：全華出版社。
5. 田自力(民85)，灰色理論在預測與決策之研究，成功大學機械工程研究所，博士論文。
6. 吳伯林(民 84)，時間數列分析導論，初版，台北：華泰書局。
7. 吳明寰(民 92) ，我國金融業購併決策之探討，東華大學國際經濟研究所，碩士論文。
8. 吳嘉斌(民 92) ，植基於灰色理論之物流中心運量預測與途程規劃研究，實踐大學企業管理研究所，碩士論文。
9. 吳漢雄、鄧聚龍&溫坤禮(民85)，灰色分析入門，初版，台北：高立出版社。
10. 李順益(民 91) ，灰色理論於短期銷售預測之適用性探討，義守大學資訊工程學系，碩士論文。
11. 沈啟賓&莊豔蕙(民80)，應用灰色系統理論對李福恩十項全能成績的因素分析與成績預測之探討，體育與運動。
12. 周孟科(民 87)，灰色理論應用於地層下陷之預測，成功大學水利及海洋工程學系，碩士論文。

13. 周海龍(民 84)，台北都會區生活用水量之預測—類神經網路之應用，中興大學資源管理研究所，碩士論文。
14. 林文彥(民 86)，物流中心整合型採購決策支援系統之研究，朝陽大學工業工程與管理研究所，碩士論文。
15. 林惠玲&陳正倉(民 91)，應用統計學，二版，台北：雙葉書廊
16. 保發中心編輯組(民 91)，保險市場重要指標，財團法人保險事業發展中心，第 2,8,14 頁。
17. 施能仁&劉定焜(民 87)，台灣股價指數之避險操作—灰色滾動模式預測，灰色系統學刊，第一卷第二期。
18. 春日井博(民 77)，需求預測入門，方世榮（校閱），初版，台北，書泉出版社。
19. 洪宗貝、王乾隆&葉佳炫(民 89)，應用灰色理論於財物時間序列變動性分析，灰色系統理論與應用研討會。
20. 洪欽銘&李龍鑣(民 86)，灰色關聯與優勢分析之應用研究，技術學刊，第十二卷第一期。
21. 徐桂祥(民 86)，灰色系統在商情預測上之研究，雲林技術學院資訊管理技術研究所，碩士論文。
22. 徐聯恩譯(民 83)，Joel Arthur Barker 著，未來優勢，初版，台北：長河出版社。
23. 翁慶昌、陳嘉叢&賴宏仁(民 90)，灰色系統基本方法及其應用，初版，台北：高立。
24. 國立政治大學企業管理研究所編輯組(民 84)，管理評論，財團法人光華管理策進基金會發行，第十四卷第一期，第 77-116 頁。
25. 莊昆益(民 91)，灰色預測理論應用於電子遊戲產業預測之研究—以台

- 灣市場為例，朝陽科技大學企業管理系碩士班，碩士論文。
26. 許哲強(民 91)，台灣區域電力負載預測分析系統之建立與應用研究，成功大學資源工程學系碩博士班，博士論文。
 27. 許純君譯(民 88)，DeLurgio, S.A. 著，預測的原則與應用，初版，台北：台灣西書。
 28. 郭明哲(民 65)，預測方法—理論與實例，台北：中興管理顧問公司。
 29. 陳弘彬(民 87)，整合灰色理論與類神經網路於預測模型之建立—以 SIMEX 台灣股價指數期貨為例，義守大學管理科學研究所，碩士論文。
 30. 陳石崇(民 83)，類神經網路在預測上的應用—以國產自用小汽車市場為例，中央大學資訊管理研究所，碩士論文。
 31. 陳怡融(民 85)，改良型指數平滑模式應用於台灣工業產品的實證研究，大業工學院事業經營研究所，碩士論文。
 32. 陳靖惠(民國 83 年 6 月)，半導體產業晶圓需求預測之研究—類神經網路模型，國立交通大學資訊管理研究所，碩士論文。
 33. 溫坤禮、黃宜豐、陳繁雄、李元秉、連志峰 & 賴家瑞(民 91)，灰預測原理與應用，初版，台北：全華。
 34. 溫坤禮、黃宜豐、張偉哲、張廷政、游美利 & 賴家瑞(民 92)，灰關聯模型方法與應用，初版，台北：高立。
 35. 趙嬭(民 91)，灰色理論應用於汽車產業預測之研究—以台灣,大陸市場為例，朝陽科技大學企業管理系碩士班，碩士論文。
 36. 潘美秋(民 92)，灰色理論應用於台電公司人力需求預測，南華大學管理研究所，碩士論文。
 37. 蔡國慶(民 87)，模糊類神經網路應用於地震災害預測，逢甲大學土木

- 及水利工程研究所，碩士論文。
38. 鄭魁香(民 88)，混合類神經網路應用於地震災害預測，第四屆灰色系統理論與應用研討會論文集，高雄，57-64 頁。
 39. 鄧聚龍(民 85)，灰色預測原理與應用，台北：全華出版社。
 40. 鄧聚龍(民 88)，灰色系統理論與應用，台北：高立圖書公司。
 41. 韓季霖(民 90)，台灣地區醫師人力供需之研究－灰色預測模式，銘傳大學管理科學研究所，碩士論文。
 42. 張偉哲、溫坤禮 & 張廷政 (民 89)，灰關聯模型方法與應用，初版，台北：高立。

二、英文部份

1. Caire, P., G. Hatabian, and C. Muller (1992), Progress in Forecasting by Neural Networks, International Joint Conference on Neural Network, pp.540-545.
2. Chamber, J. C., S. K. Mullick, and D. D. Smith (1971), How to Choose the Right Forecasting Technique, H.B.R., July-Aug.
3. Christine Ann Martin (1988), International Tourism Demand Forecasting: A Comparison of the Accuracy to the Main Outward Tourism Flows from the German Federal Republic, France, the UK and the USA, University of Bradford, United Kingdom.
4. Deng Ju-Long, Control problems of gray systems, Systems & Control Letters, vol. 1, No. 5, 288-294, 1982.
5. Donald S. Remer and Craig Jorgens (1978), Ethylene Economics and Production Forecasting in a Changing Environment, Engineering & Process Economics, Vol.3, Iss.4, pp.267-278.
6. Donlebell, O.J. (1977), Selecting Environmental Forecasting from Business Planning Requirements, Academy of Management Review.
7. Huan, J. S. and T. L. James, and P. W. Trefor (1996), Using Neural Networks to Predict Component Inspection Requirements for Aging Aircraft, Computers Ind. Engeng, Vol. 30, No. 2, pp.257-267.
8. Oum, Tae Hoo (1989), Alternative Demand Models and Their Elasticity Estimates, Journal of Transport Economics & Policy, Vol.23, Iss.2, pp.163-187.
9. Still, Richard R., Edward W. Coundiff and Norman A. P. Govoni (1988), Sales Management, Prentice-Hall.

10. Strasheim, Johannes Jacobus (1992), Demand Forecasting For Motor Vehicle Spare Parts, University of Pretoria, South Africa.
11. Sweet, A. L. (1980), An Ad Hoc Method for Forecasting Series with Zero Values, IIE Transaction, Vol.12, Iss.1, pp.97-103.
12. Thomas R. Wotruba and Edwin K. Simpson (1992), Sales Management text & Cases, Second Edition, Pws-Kent.

附錄一

1. GM(1,1)原始數據組

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75992 85207 87835 90830 101433

2. 灰關聯分析原始數據組

第一組：

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75992 85207
20803 20995 21178 21357 21525 21743 21929 22092
54598 60322 65710 71291 77876 84174 90066 93758
53390 59184 64636 70179 76781 83288 89390 92899
49841 55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717
241307 264196 286191 308086 333948 357503 379202 390466
87.33 89.90 93.58 97.02 100.00 100.90 102.60 102.78
28.99 28.81 27.62 27.04 26.73 26.39 26.00 26.05
10.67 10.19 10.29 9.6 9.28 9.86 7.25 8.6

第二組：

60031 68524 74864 72974 72681 75992 85207 87835
20995 21178 21357 21525 21743 21929 22092 22277
60322 65710 71291 77876 84174 90066 93758 98033
59184 64636 70179 76781 83288 89390 92899 96634
55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249
264196 286191 308086 333948 357503 379202 390466 403383
89.90 93.58 97.02 100.00 100.90 102.60 102.78 104.81
28.81 27.62 27.04 26.73 26.39 26.00 26.05 25.44
10.19 10.29 9.6 9.28 9.86 7.25 8.6 9.04

第三組：

68524 74864 72974 72681 75992 85207 87835 90830
21178 21357 21525 21743 21929 22092 22277 22406
65710 71291 77876 84174 90066 93758 98033 96980
64636 70179 76781 83288 89390 92899 96634 95066
60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249 87652
286191 308086 333948 357503 379202 390466 403383 393447
93.58 97.02 100.00 100.90 102.60 102.78 104.81 104.06

27.62 27.04 26.73 26.39 26.00 26.05 25.44 23.95

10.29 9.6 9.28 9.86 7.25 8.6 9.04 1.00

3. GM(1,N)模型原始數據組

GM(1,8) :

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75922 85207 87835 90830 101433

20803 20995 21178 21357 21525 21743 21929 22092 22277 22406 22521

54598 60322 65710 71291 77876 84174 90066 93758 98033 96980 99889

53390 59184 64636 70179 76781 83288 89390 92899 96634 95066 97343

49841 55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249 87652 90082

241307 264196 286191 308086 333948 357503 379202 390466 403382 393447 402296

87.33 89.90 93.58 97.02 100 100.9 102.6 102.78 104.81 104.06 99.80

28.99 28.81 27.62 27.04 26.73 26.39 26.00 26.05 25.44 23.95 25.39

10.67 10.19 10.29 9.6 9.28 9.86 7.75 8.6 9.04 1.00 6.72

GM(1,7) :

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75922 85207 87835 90830 101433

20803 20995 21178 21357 21525 21743 21929 22092 22277 22406 22521

54598 60322 65710 71291 77876 84174 90066 93758 98033 96980 99889

53390 59184 64636 70179 76781 83288 89390 92899 96634 95066 97343

49841 55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249 87652 90082

87.33 89.90 93.58 97.02 100 100.9 102.6 102.78 104.81 104.06 99.80

28.99 28.81 27.62 27.04 26.73 26.39 26.00 26.05 25.44 23.95 25.39

10.67 10.19 10.29 9.6 9.28 9.86 7.75 8.6 9.04 1.00 6.72

GM(1,6) :

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75922 85207 87835 90830 101433

20803 20995 21178 21357 21525 21743 21929 22092 22277 22406 22521

54598 60322 65710 71291 77876 84174 90066 93758 98033 96980 99889

53390 59184 64636 70179 76781 83288 89390 92899 96634 95066 97343

49841 55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249 87652 90082

87.33 89.90 93.58 97.02 100 100.9 102.6 102.78 104.81 104.06 99.80

28.99 28.81 27.62 27.04 26.73 26.39 26.00 26.05 25.44 23.95 25.39

GM(1,5) :

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75922 85207 87835 90830 101433

20803 20995 21178 21357 21525 21743 21929 22092 22277 22406 22521

54598 60322 65710 71291 77876 84174 90066 93758 98033 96980 99889
53390 59184 64636 70179 76781 83288 89390 92899 96634 95066 97343
49841 55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249 87652 90082
87.33 89.90 93.58 97.02 100 100.9 102.6 102.78 104.81 104.06 99.80

GM(1,4) :

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75922 85207 87835 90830 101433
20803 20995 21178 21357 21525 21743 21929 22092 22277 22406 22521
54598 60322 65710 71291 77876 84174 90066 93758 98033 96980 99889
53390 59184 64636 70179 76781 83288 89390 92899 96634 95066 97343
49841 55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249 87652 90082

GM(1,3) :

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75922 85207 87835 90830 101433
54598 60322 65710 71291 77876 84174 90066 93758 98033 96980 99889
53390 59184 64636 70179 76781 83288 89390 92899 96634 95066 97343
49841 55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249 87652 90082

GM(1,2) :

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75922 85207 87835 90830 101433
53390 59184 64636 70179 76781 83288 89390 92899 96634 95066 97343
49841 55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249 87652 90082

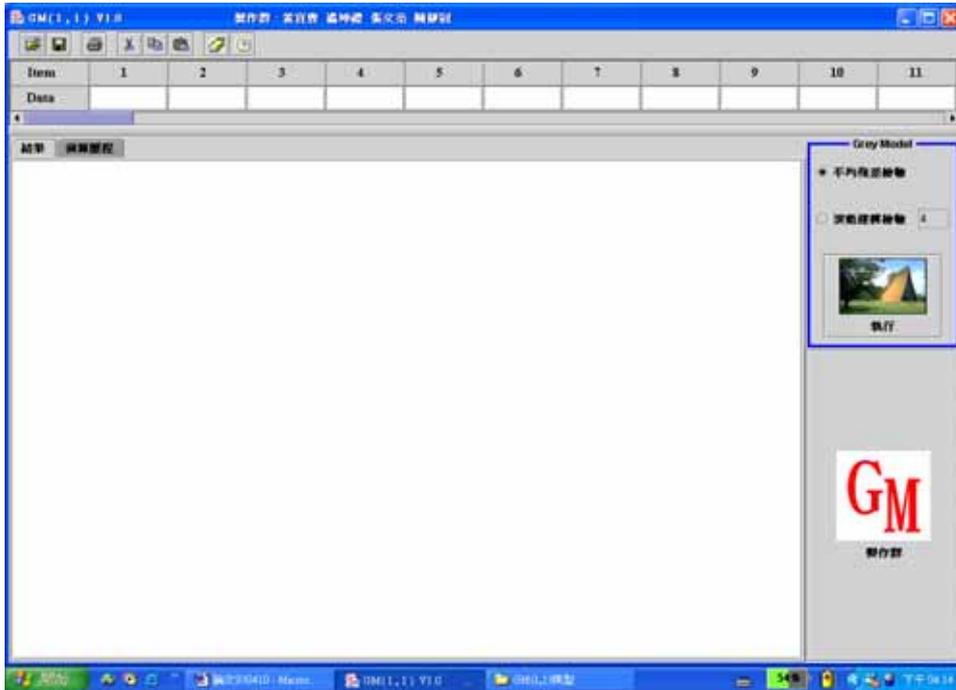
GM(1,1) :

52993 60031 68524 74864 72974 72681 75922 85207 87835 90830 101433
49841 55080 60199 65360 71424 77140 82579 85717 89249 87652 90082

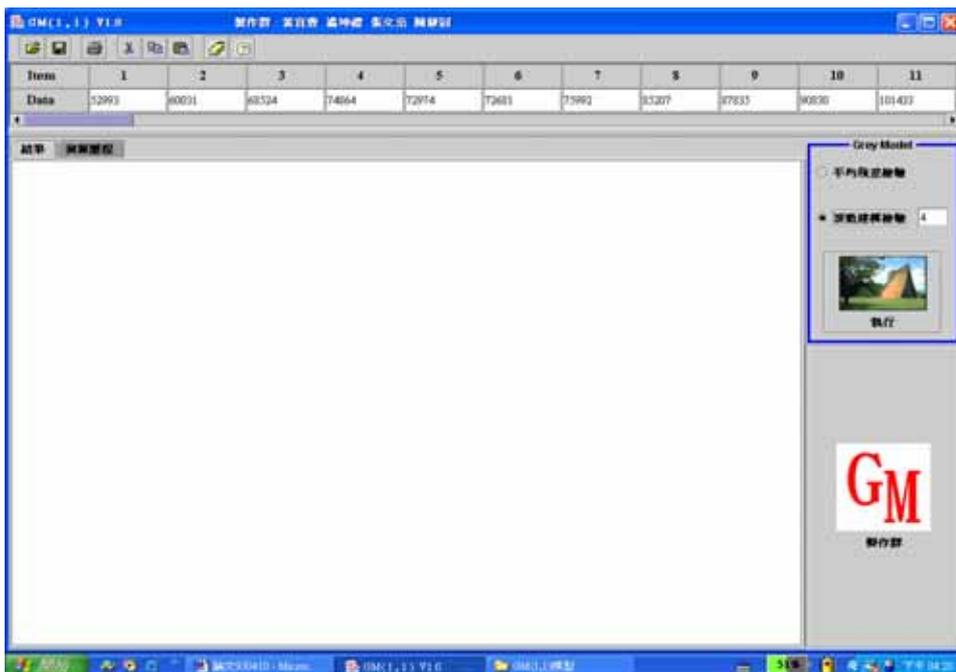
附錄二

1. GM(1,1)操作過程：

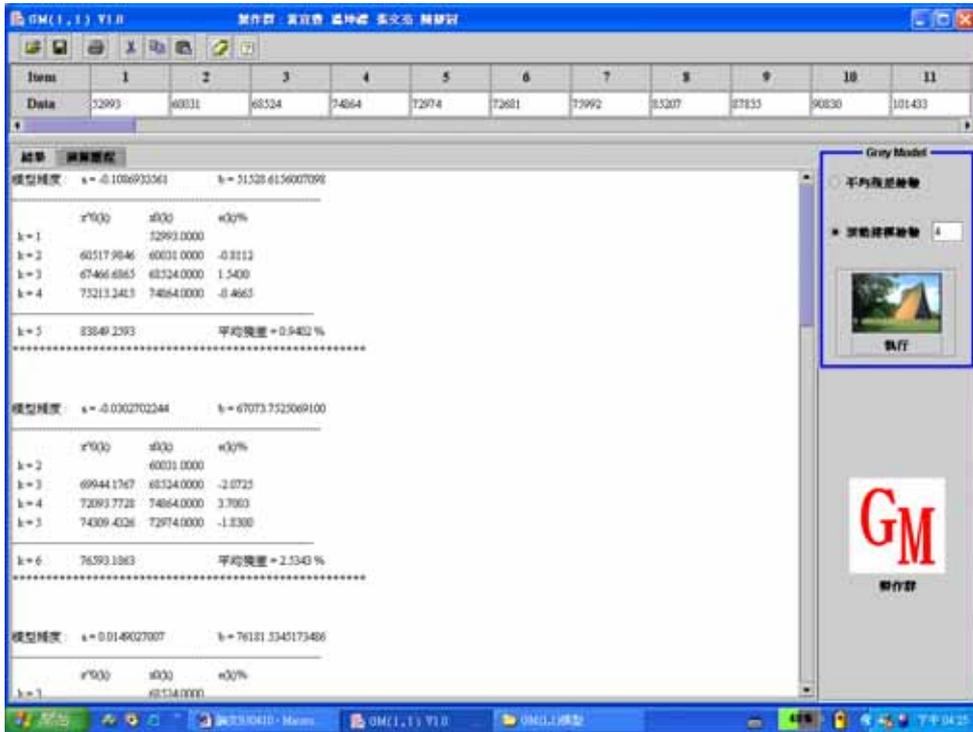
- 原始畫面：



- 輸入數據並選擇檢驗方法

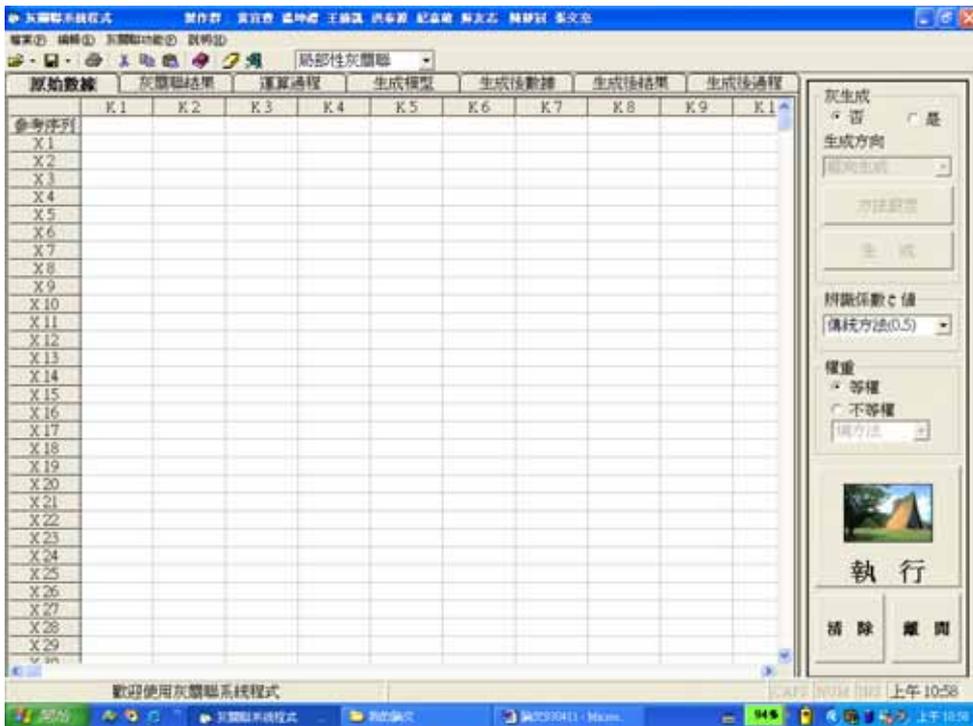


- 執行與結果

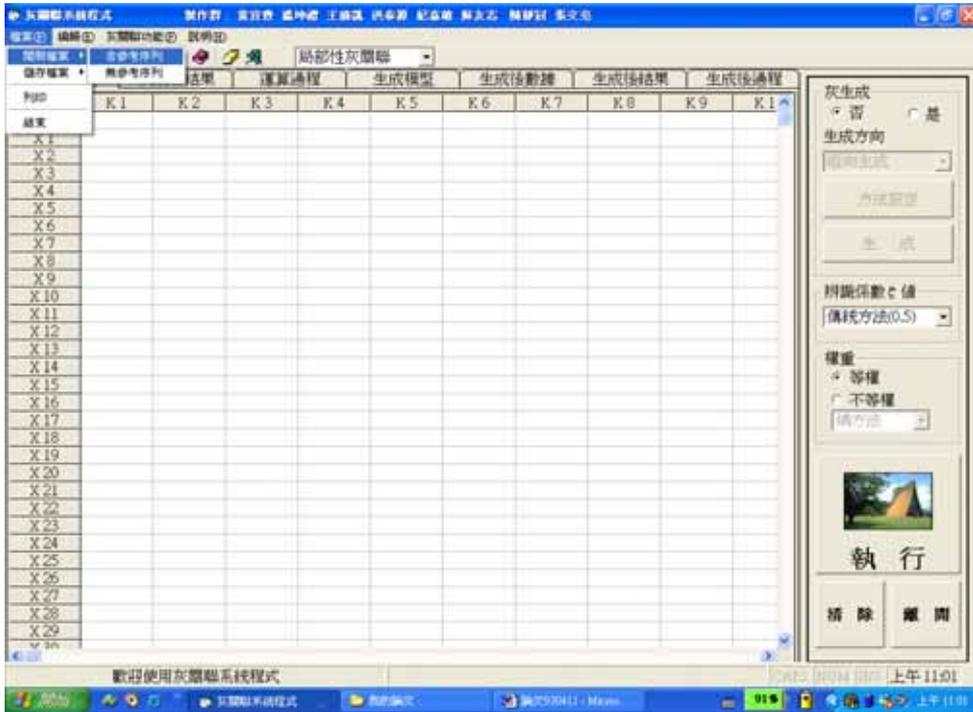


2. 灰關聯分析操作過程：

- 起始畫面：



- 開啟原始數據檔案



- 選擇辨識係數：

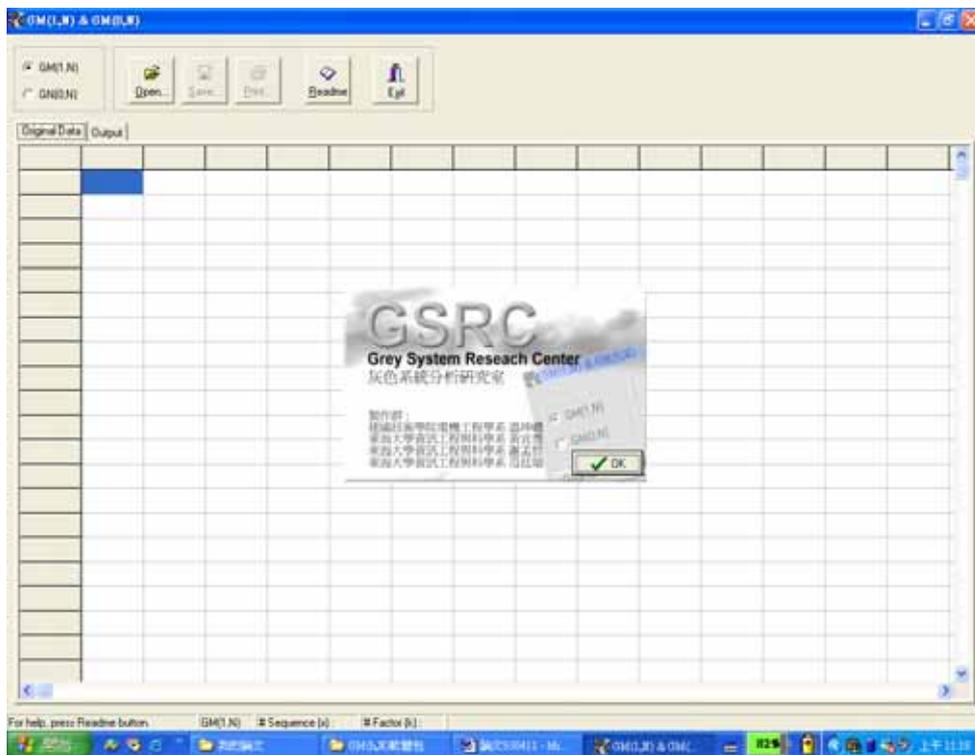


- 執行與結果：

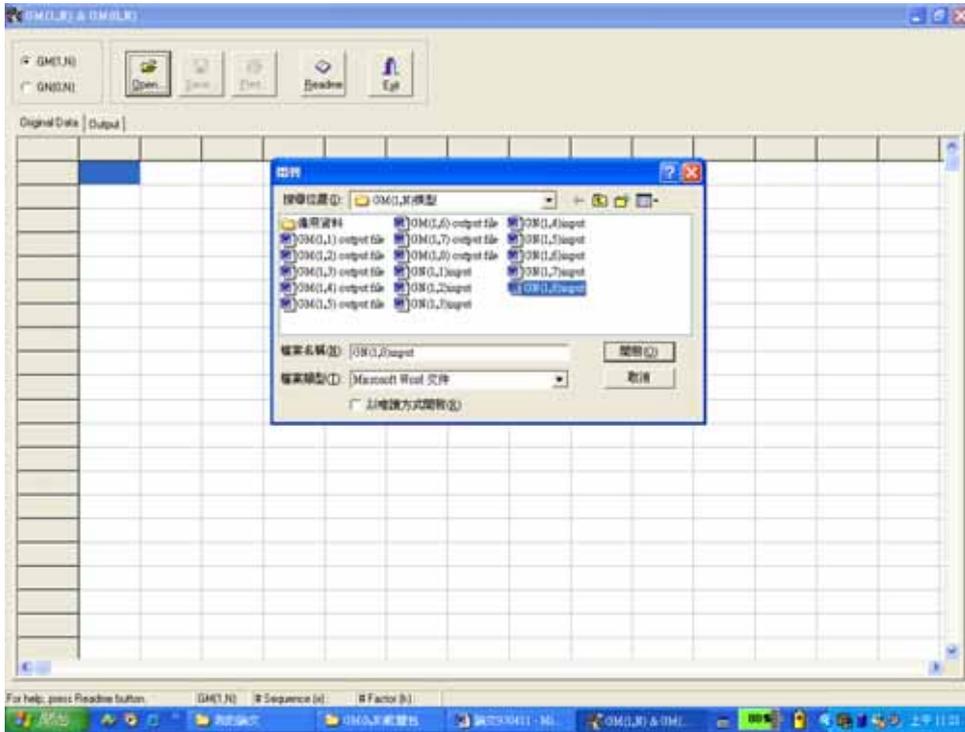


3. GM(1,N)分析操作過程：

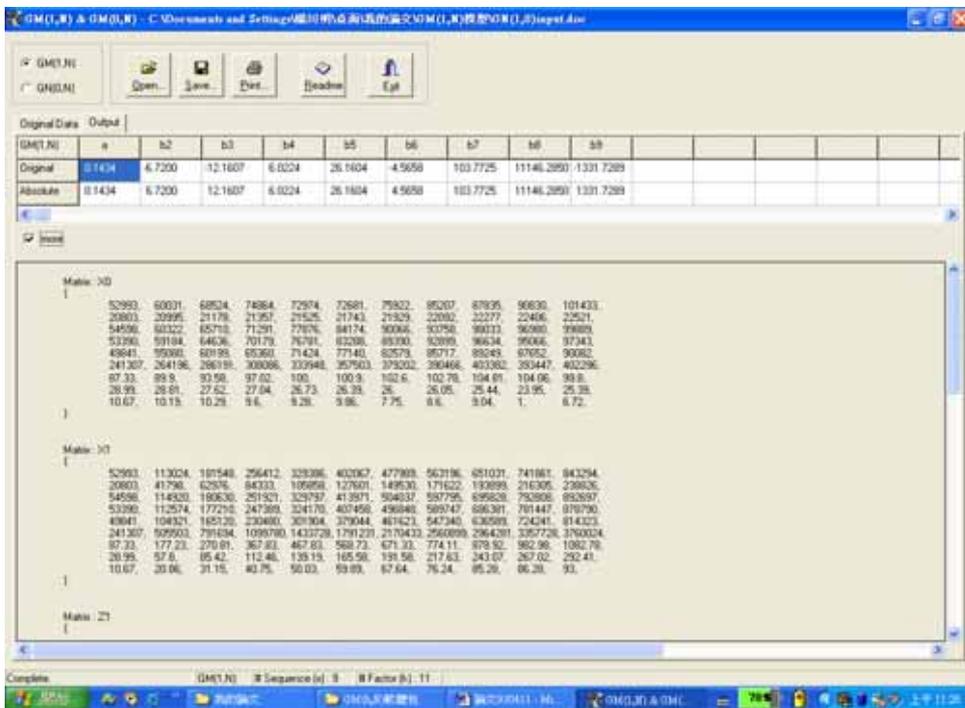
- 起始畫面：



- 開啟原始檔案：



- 執行與結果：



附錄三

特殊灰色模型

1. 兩階段灰色預測模型 TGM(1,1)(田自力 民 85)

GM(1,1)基礎模型是以一個簡潔的矩陣方程式，同時解出發展係數與灰色控制參數。而 TGM(1,1)模型則利用兩個步驟，分別求得發展係數與灰色控制參數。其方法是利用原始序列中所偵測到的正常元素求出發展係數，再由原始序列的全部元素以最小平方法求出灰色控制參數。計算步驟如下：

步驟一：設 $x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(N)$ 為原始序列

步驟二：令 $v = [x^{(0)}(j)/x^{(0)}(i)]^{1/(j-i)}$ ，其中 $x^{(0)}(i)$ 與 $x^{(0)}(j)$ 分別表示原始序列中第一個與最後一個正常元素，適當選擇 i 與 j ，使 $1 \leq i \leq j \leq N$

步驟三：計算參考序列為

$$x^{(0)}(i+i') = x^{(0)}(i)v^{i'}, \quad i' = 1, 2, \dots, (j-i) \quad (46)$$

步驟四：若經判斷得 $x^{(0)} \cong x^{(0)}$ ，則繼續進行步驟五，否則重複上述步驟三。

步驟五：令 $x^{(0)}(m_1), x^{(0)}(m_2), \dots, x^{(0)}(m_{\frac{s-1}{s-1}})$ 為分別對應於約等的 $x^{(0)}(m_1), x^{(0)}(m_2), \dots, x^{(0)}(m_{\frac{s-1}{s-1}})$ 元素，並令 $x^{(0)}(m_0) = x^{(0)}(i)$ 及 $x^{(0)}(m_s) = x^{(0)}(j)$ ，其中 $x^{(0)}(m_0), x^{(0)}(m_1), \dots, x^{(0)}(m_s)$ 表示僅有的 $s+1$ 個正常元素， m 為啞變數 (Dummy Variable)，但 m_0, m_1, \dots, m_s 不一定是連續正整數。

步驟六：計算發展係數 α

$$\alpha = -1n \left\{ \left(\frac{1}{1+2+\dots+s} \right) \sum_{p=1}^s \sum_{q=0}^{p-1} [x^{(0)}(m_{(p)}) / x^{(0)}(m_q)]^{1/(m_p-m_q)} \right\} \quad (47)$$

步驟七：計算灰色控制參數 u

$$u = \frac{1}{N-1} \left[\sum_{i=2}^r x^{(0)}(i) + a \sum_{i=2}^r \bar{x}^{(0)}(i) \right] \quad (48)$$

2. 灰色激勵模型(徐桂祥 民 86)

對於預測模式的取模其間，若發生重大事件影響模型趨勢，造成遽增或遽減的現象，可利用灰色激勵模型取代 GM(1,1) 建模所得到的時間響應，預測過程中在 t 時刻若出現外控制量 δ ，其模型值為

$$x(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) + \Delta x \quad (49)$$

將 GM(1,1) 灰微分方程代入上式可得

$$x(t+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b+\delta}{a} \right) \alpha + \frac{b+\delta}{a}, \quad \alpha = e^{-ak} \quad (50)$$

而外控制量 δ 為

$$\delta = \frac{1}{1-\alpha} \left[a\hat{x}^{(1)}(t+1) + a\Delta x + b + \alpha ax^{(0)}(1) + b\alpha \right] \quad \alpha = e^{-ak} \quad (51)$$

得到灰色激勵模型為

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b+\delta}{a} \right) e^{-at} + \frac{b+\delta}{a}, \quad t \geq k \quad (52)$$

3. 新陳代謝模型(徐桂祥 民 86)

一般灰色模型會隨著樣本空間的增加而使運算矩陣變大，此時可考慮使用新陳代謝模型。隨著時間的推移，舊數據的信息意義將會隨著時間推移而降低。因此，每補充一個新數據，便可捨棄一個最老的數據，

以維持每次運算時數據的個數。如此，一方面可以反應最新信息，也可免除由於增加新信息而使模型的計算複雜、儲存量不斷增加的缺點。

令原數據 $x^{(0)} = \{x^{(0)}(0), x^{(0)}(1), \dots, x^{(0)}(N)\}$ ，當補充新信息 $x^{(0)}(N+1)$ 後，去掉老信息 $x^{(0)}(0)$ ，得到新序列 $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(N+1)\}$ 。新陳代謝模型建模時利用汰舊換新的方式，使新舊序列數據均維持相同個數，基本上建模方式與 GM(1,1) 相同。

個人簡歷

姓名：楊川明

籍貫：彰化縣

出生日期：民國五十三年六月十二日

學歷：私立淡水工商管理專校三年制工業管理科畢業

經歷：國泰世紀產險 員林通訊處經理

聯絡處：彰化縣員林鎮中山路二段269號1F

聯絡電話：04-8356409