南　華　大　學
經 濟 學 研 究 所 碩 士 論 文

雙占市場之最適非線性定價

Optimal Nonlinear Pricing in Duopoly Market

研 究 生： 劉其享

指導教授： 張鐸瀚 博士

中華民國　九十六 年 六 月

南　華　大　學

經濟學研究所

碩 士 學 位 論 文

雙占市場之最適非線性定價

研究生：劉其亨

經考試合格特此證明

口試委員：張文武
張鐸瀚
黃玉彬

指導教授：張鐸瀚

系主任(所長)：陳寶媛

口試日期：中華民國　96 年 6 月 20 日

謝誌

如果說每個人一生都可以有一次「機會」，那上天給我的機會就是讓我來到南華經濟研究所，讓我遇見了這裡的老師與同學們。兩年前，我無知的走進學校大門。而今日，在浩瀚的經濟學領域之前，我雖依然無知，但學會了謙卑與感恩的心，並準備好迎接人生的下一段旅程。

能夠順利的將論文完成要感謝許多人的支持與協助。首先特別要感謝的是恩師張鐸瀚教授在論文寫作時所給予的督促與指導，並在遭遇瓶頸時適時給予方向上的指引使得我能夠突破重重難關以完成碩士論文。張老師不僅在學術研究上給予啓發，其寬大的心胸、嚴謹的生活態度無一不是學生學習的典範。在此，要特別向張鐸瀚老師致上最誠摯的敬意。

在論文審查與口試期間，特別感謝張文武教授與莊文彬教授在百忙之中對學生論文的細心審閱，匡正謬誤並提供許多寶貴意見，使學生在最後仍能繼續持續進步與學習，使本文內容更週延完善。另外要感謝南華經研所的老師們在學業上的協助與教導，使學生在撰寫論文的過程中得到許多寶貴的意見。

研究的過程是繁瑣且辛苦的，但一路走來並不孤獨，有一群支持我的家人與朋友讓我得以無後顧之憂的向前邁進。感謝南華經研所的同學們在課業上的相互合作與協助，特別是室友育鵬，在撰寫論文期間一起並肩作戰、互相砥礪。還要感謝雅靜、阿賴、小明、周胖、小涂、俊豪與典哥的鼓勵與打氣。最後要感謝爸媽與弟弟其翰，在撰寫論文的期間如果沒有你們的關愛與支持，勢必無法順利完成，謝謝。

劉其享　　　　謹致於

南華大學經濟學研究所

中華民國九十六年六月

摘要

當廠商所制定的價目表中出現所選擇品質高低與價格不成同比例關係時，這樣的價目表稱之爲品質線性價目表。當獨占廠商或雙占市場中的廠商面對保留私人偏好訊息的消費者時，廠商可使用品質非線性價目表使得消費者自我選擇不同品質產品進行消費。在過去關於競爭非線性定價的研究中皆假設廠商間的成本爲完全相同的。與這些文獻不同的是我們針對成本不對稱如何影響非線性定價模型進行探討，特別是討論廠商產品線與不同成本廠商最適合約之間差異的影響。本文建立了一個雙占市場模型，其中兩品牌分別由兩個不同廠商所擁有，並且廠商間的生產函數具有不對稱的特性。模型的問題可以表示爲一個二階段最適控制問題，利用最適控制的最適化條件可找出雙占市場中廠商利潤極大化下的性質。

我們發現當成本上升時，廠商將會縮短其產品線。其理由是低需求消費者給予廠商的利潤貢獻是較少的，因此廠商將會優先放棄設計給低需求消費者的低品質產品。另一個性質是具成本優勢廠商的產品線長度比高成本廠商來的長。此結果是由於成本優勢廠商較具有能力去生產低品質產品以服務利潤貢獻較少的低需求消費者。在模型中發現，具成本優勢的廠商使用非線性定價時，設計給特定類型消費者的價目表會收取較高的價格，但同時也提供較高的品質。此一性質將會導致雙占市場非線性定價廠商間競爭時出現了違反成本優勢廠商定低價以奪取市場份額這樣一般直覺之結果。

關鍵詞：非線性定價、產品異質性、雙占市場

JEL 分類：D21, L96

Abstract

The generic term quality nonlinear pricing refers to any case in which the tariff is not strictly proportional to the quality purchased. When a monopolist or duopolist faces consumers who hold private information about their tastes, the firm may use a quality nonlinear price schedule induce different type of consumers to choose different quality product. Most of studies on competing nonlinear pricing have been done under symmetric cost setting. Unlike the previous literature, we studies how cost asymmetric affects nonlinear pricing, in particular the product line offered by firm and the differ of optimal contracts between two firms. We present a model with two horizontally differentiated brands owned and operated by two separate firms and exhibits asymmetric cost function. Our problem can be formulated as an two-phase optimal control problem. By the optimal condition of two-phase optimal control problem, we can find the property of duopoly nonlinear pricing model out.

We find that when cost rise, firms will curtail product line form bottom. The reason is consumer with low type as low profit contribution to firm, and therefore firms will first abandon low quality product for low type consumer. Another positive is firm with cost advantage has longer product line then the high cost firm. Because of low cost firm as more ability to serve consumers with low profit contribution. Specifically, we find that nonlinear pricing firms' profit maximization outcome exhibits low cost firm would provide higher price and higher quality for specific type of consumers. It will lead to a situation violate general rule is that cost advantage firm make use of lower price to get more market share in duopoly environment.

Keyword: Nonlinear pricing, Product differentiation, Duopoly market.

JEL classification: D21, L96

目錄

表圖目錄

1. 緒論

自 2001 年新固網業者陸續宣佈開始營運，但新固網業者在「最後一哩（last mile）」的建設仍未解決。所謂「最後一哩」指的是末端電話機到區域交換機這一段線路，是由改制前的電信總局與中華電信花費將近 50 年的時間完成。在新固網業者解決最後一哩的問題之前都還是需向中華電信租用最後一哩的線路費用。因此在成本結構上，Hinet 與其他 ISP 業者有所不同。由於廠商間存在成本不對稱的特性使得我們不能使用對稱成本結構的模型來探討國內 ISP 產業的問題，因此本文在模型中將加入廠商間成本不對稱的設定以符合國內 ISP 產業的狀況。

ISP 產業具有高固定成本（主機、頻寬成本）的特性使得廠商有誘因使用非線性定價法增加其利潤。本文試著建立一個成本不對稱的競爭非線性定價模型用以作爲討論國內 ISP 產業競爭問題的基礎。由於競爭非線性定價模型相較於傳統的獨占非線性定價模型來說複雜許多，爲求模型的簡化將假設市場中僅存在兩家廠商，由雙占市場的結構來檢視廠商間存在成本不對稱時，廠商追求利潤極大化下均衡時所呈現的性質。

本章將分爲二個小節，第一節介紹 ISP 產業以及本研究動機，第二節爲本文架構。

1.1 研究背景與動機

二十世紀末以來，網際網路的普及使人們的生活有了重大的改變。資訊工業策進會（FIND）的研究報告中指出，在 1996 年 4 月我國上網人口僅 40 萬人，至 1998 年上網人口突破 300 萬人，至 2006 年 9 月底更高達 971 萬人。造成如此

迅速成長的原因除了政府大力推動之外，更有賴於網際網路服務業者（Internet Service Provider，簡稱 ISP）積極參與。

無論個人與企業想要在網路上從事各種活動都必須透過 ISP 所提供的連線服務。隨著台灣網際網路的普及率持續提高，ISP 家數越來越多，競爭也越來越激烈。ISP 產業根據 FIND 的定義可分爲狹義與廣義兩種，狹義的 ISP 就是網際網路提供者，提供上網連線服務；廣義的 ISP 業者除連線服務外，亦提供各種線上加值服務（如線上掃毒、網際電話、電子商務和網路電視等）。早期 ISP 的基礎業務爲提供網路連線和相關服務（如 E-mail），但由於台灣網路用戶數持續增加，吸引更多業者投入 ISP 產業，ISP 業者間的競爭日益激烈因此業者推出各項加值服務以增加競爭力。

消費者向 ISP 業者申請網際網路的接取服務時，需支付一筆服務費用。廠商提供各種不同的連線速率並制定不同的價格，另外還提供各式各樣的加值服務，消費者可自由選擇並額外支付加值服務的費用。根據 Mussa and Rosen（1978）及 Crawford and Shum（2005）等學者對於品質非線性定價的定義：每單位品質所需支付的平均價格根據消費者選擇購買的商品品質不同而不同。一般而言，單位品質是相當抽象的，例如配備鼓式煞車系統的汽車與碟式煞車系統的汽車爲不同品質的產品，但在這個例子中很難想像單位品質如何衡量與定義。ISP 產業的例子中單位品質是比較容易定義的，在 ISP 產業中品質就是網際網路的連線速率，因此單位品質可以視爲「千-位元（k-bit）」的網際網路傳輸速度。如下頁表一中 Hinet 所提出的價目表爲例，很明顯的我們能觀察到消費者選購不同品質的產品（如 256K/64K 與 1M/64K 兩種不同的連線速率）時每單位品質所需支付的價格不同（下載速率每千-位元所需支付的價格分別爲 0.78 元與 0.41 元）。在上述例子中可以推論國內 ISP 產業中，廠商的確使用品質非線性定價法，並且有一個共通的規則是越高品質的產品，其單位品質價格越低。這樣的品質非線性定價法我們可歸類爲品質折扣（quality discount）的非線性定價法。由於消費者的偏好具有異質性，因此廠商可利用不同品質與價格的組合來供消費者自我選擇，並

藉以擷取消費者偏好的訊息進而對消費者進行差別取價。這也說明廠商可以利用品質非線性定價法來增加其利潤。

表 1.1.1　國內主要 ISP 業者費率表　資料時間：2007 年 4 月，本研究整理。

連線速率	Hinet	Seednet	亞太線上	Giga ADSL	台灣電訊
256K/64K	200 元/月	149 元/月	149 元/月		230 元/月
1M/64K	410 元/月	399 元/月	410 元/月		350 元/月
2M/256K	440 元/月	440 元/月	440 元/月	420 元/月	400 元/月
2M/512K	649 元/月	649 元/月	649 元/月	549 元/月	520 元/月
8M/640K				550 元/月	550 元/月
12M/1M	730 元/月	650 元/月	650 元/月		650 元/月
資料來源	http://www.hinet.net/	http://seednet.adsl.kong.tw/ADSL/	http://www.aptg.net/adsl/	http://www.webs-tv.net/ADSL/	http://www.gogo.net.tw/

（註：空白處表該業者無提供此項產品）

一般認爲當廠商面臨競爭時，具成本優勢的廠商會以較低的價格作爲策略來得到較大的市場範疇。但在使用品質非線性定價的 ISP 產業中卻發現到相反的現象。在表一國內主要 ISP 業者費率表中可觀察到具有成本優勢的 Hinet 相較於其他 ISP 業者而言，在各種連線速率下所收取的費用皆較高。

本文研究目的爲建立一個成本不對稱的雙占市場非線性定價模型來探討廠商追求利潤極大化下的結果是否會出現成本優勢廠商定高價的現象。以 Yang and Ye（2006）的研究爲基礎，著重於討論成本變動對於獨占市場中廠商產品線選擇的影響，以及雙占市場中廠商間存在成本不對稱時各自選擇的最適產品線長度有何不同。

1.2 本文架構

本文主要共分爲四個部份。第一部份爲緒論，主要在說明本文之研究背景與動機。第二部份爲文獻回顧，主要在說明何謂非線性定價及非線性定價模型發展的過程以及本文與其他競爭非線性定價文獻間的異同。第三部份爲模型探討，除了介紹模型基本假設與二階段最適控制法之外，更以獨占市場模型作爲基本模型，再推廣至雙占市場模型。第四部份爲結論，主要統整本文所得到之結果，並提出研究限制與未來研究方向。

2. 文獻回顧與研究方法

非線性定價模型在實際的應用上相當廣泛，尤其是在電力、自來水、鐵路、通訊、航空…等公共事業。Varian（1989）認爲同質不同價的非線性定價即可視爲第二級差別取價。因此在 2.1 中將介紹差別取價的種類及非線性定價在現實中應用的例子藉以了解何謂非線性定價。在 2.2 我們將近一步探討非線性定價模型發展的過程。2.3 特別將競爭下的非線性定價文獻獨立出來討論，並說明本文與文獻間的異同。2.4 說明本文所使用的研究方法。

2.1 非線性定價法簡介

Pigou（1920）將差別取價分爲三類：（1）一級差別取價（first-degree price discrimination）或完全差別取價（perfect price discrimination）：廠商將商品價格定在每一個個別消費者的最高願付價格，進而掠奪了全部的消費者剩餘。欲進行完全差別取價，廠商必須知道每一個消費者的保留價格（reservation price），並且當這些保留價格不同時，廠商必須阻止在消費者間的套利（arbitrage）行爲。在這些嚴苛的條件之下，特別是廠商於對個別消費者的偏好存在不完全資訊（incomplete information），因此完全差別取價在現實中不大可能發生。（2）二級差別取價（second-degree price discrimination）：商品平均單價會因一次購買數量不同而有所不同，因總費用（total charge）與購買數量爲非等比例關係，可稱爲非線性定價（nonlinear pricing）。由於廠商對個別消費者的偏好存在不完全資訊，因此廠商設計一個非線性價目表（nonlinear tariff），藉由消費者的自我選擇（self-selection）機制來不完全地榨取消費者剩餘。（3）第三級差別取價（third-degree price discrimination）：對不同的消費者收取不同的價格，但每一單

位商品所收取的費用為固定的，並不會因為一次購買數量的大小而有所改變。廠商觀察到與消費者偏好相關的訊息（如年齡、職業、居住地區…等），利用這些觀察到的訊息，將消費者分隔成不同的市場，對不同的市場訂定不同的價格。

Varian（1989）認為同質不同價的非線性定價即可視為第二級差別取價。在非線性定價中，不同於三級差別取價，個別消費者有不同的需求曲線，無法用可觀察的特徵（observable characteristic）來區分[1]。雖然廠商無法清楚分辨個別消費者的偏好，但可知道消費者偏好的分配，藉由提供不同的價格和數量之組合讓消費者自我選擇偏好的組合來達到消費者分類的目的。

在 Wilson（1993）中提到大量關於實際上運用非線性定價的例子。如貨運公司的收費基於運送貨物的重量、體積及距離，而長途或滿車的消費者能得到折扣，平均單位重量的收費也會因一次運送的數量增加而減少。電力公司的收費基於使用的總電量，依照季節循環會有不同的價目表，尖峰與離峰季節的平均每單位電量的收費不同。電信公司的費率是根據通話距離與使用時間不同而不同，無線通訊的收費則是依月租費不同而收取不同的每單位通話費用。由上述例子我們可以看出有一個共同的特徵：每單位商品（或服務）所需支付的平均價格根據消費者一次購買的總量不同而不同。當總費用與購買量不成等比例時，稱為「非線性定價」。非線性定價的種類繁多，如累退定價法（block-declining tariff）、兩部定價法（two-part tariff）、多部定價法（multi-part tariff）和固定費用定價法（flat-rate tariff） 等。

[1] 外在可觀察的特徵有如年齡、性別、職業…等

2.2 非線性定價模型之發展

非線性定價在實際上的應用已經行之有年，但其理論直至近年來才開始發展。其中主要的貢獻最早是由 Mirrlees（1971）提出的最適非線性稅制理論（theory of optimal nonlinear taxation）。Mirrlees 的研究志在建立一個一般化模型，此模型允許未來能夠加入更多複雜的假設。例如：所得效果、生產技術的選擇等。其所注重的是何種稅制能使得社會福利最大。將 Mirrlees 的理論應用在廠商的定價法上，最初是由簡單的二部定價法（two-part tariffs）開始，如 Littlechild（1975）與 Oi（1971）。所謂二部定價法指的是，消費第一單位商品時需附加一筆固定費用（如月費、會費、設定費或入場費等）隨後可以固定的且較低的單價進行消費。同時，由 Akerlof（1970）、Spence（1973）與 Rothschild and Stiglitz（1976）這三篇有影響力的文獻突顯出，自我選擇（self-selection）機制隱含在異質消費者市場中利用歧異價格（differentiated）以達到效率的重要性。

由於現實現象相當複雜，因此許多文獻假設市場中僅有單一廠商生產單一產品，對於消費者偏好則簡單地假設可以一維度的偏好參數表示。此類最簡化的模型我們稱之為傳統模型，這方面的文獻有如 Mussa and Rosen（1978）、Goldman, Leland, and Sibley（1984）與 Maskin and Riley（1984）等。其中 Mussa and Rosen 將非線性價目表視為一條產品線（product line），將不同價量組合看成不同產品，消費者在完全替代的商品組合間自由選擇適當的組合進行消費。Maskin and Riley 則在傳統模型中，利用鄰接的（adjacent）誘因限制式與單交條件代替原始的誘因限制式，使得求解非線性定價問題時可以局部（local）最適隱含全域（global）最適。Maskin and Riley 並證明當消費者類型參數對於消費者效用函數為線性時，最適的結果為數量折扣（quantity discount）。數量折扣為當消費至一定數量時，可以較低的單價支付所有商品。

傳統非線性定價模型不能解釋許多現實的現象。例如當一個獨占的參考書商

想要利用非線性定價模型作為定價策略時，此時該廠商馬上會面臨所生產的各種不同的參考書間存在替代及互補的關係。另外，傳統非線性定價模型中消費者的偏好只利用一維度的參數來表示是否充分？為了解決這些疑慮，Laffont, Maskin and Rochet（1985）首次將消費者參數利用二維度表示，使用簡單的線性需求模型。當消費者間需求函數的斜率與截距的分配為獨立的且為均勻分配（uniform distribution）時，存在有廠商利潤極大的最適價目表。Matthews and Moore（1987）將 Mussa and Rosen（1978）的文章加以拓展為多產品，但消費者偏好參數仍使用一維度的參數來描述，且將消費者效用函數對於偏好參數為線性的假設加以放鬆。McAfee and McMillen（1988）在多產品多維度消費者偏好參數的非線性定價模型中，提供一個獨占廠商利潤極大化的最適定價機制。Wison（1993）對於非線性定價模型有完整的說明，並利用需求剖面（demand profile）法求解多產品與多維度非線性定價問題。隨後的多產品多維度非線性定價模型多利用 Wilson 的需求剖面法，並開始探討寡占市場中競爭的問題、完全競爭市場中利用非線性定價提昇競爭力、消費者間出現聚集（bunching）效果以及消費者受預算限制時等等問題。

2.3 競爭非線性定價

傳統非線性定價模型皆假設市場上僅存在一家獨占廠商，但在現實社會中寡占的市場結構是很常見的，因此 1980 年代開始陸續出現了關於競爭議題的相關非線性定價文獻。本文所探討之問題是雙占市場中廠商同時使用非線性定價且存在成本不對稱時，廠商各自進行利潤極大化會有什麼結果。因此我們必須詳加說明本文與文獻間的異同。

Wilson（1993）中利用多產品需求輪廓的方法來探討競爭下的非線性定價模

型。Wilson 將二產品模型修改爲兩產品分別爲兩個不同廠商所擁有，由於兩產品分別爲不同廠商所生產，因此任一產品並不會考慮另一產品的利潤。爲了解決此一問題 Wison 修改最適化的一階條件，使得任一產品只考慮自身利潤的極大化，並將結果與獨占的市場結構比較。其結果爲廠商使用非線性定價在 Cournot 競爭下，會使得廠商所提出價目表的邊際價格較獨占市場時來得低，但不會就此排除使用非線性定價法。使用非線性定價比均一定價多獲得的利潤需直到廠商家數相當多的情況才會消失。除此之外，多產品非線性定價模型必須考慮產品間的替代與互補關係，而多廠商問題可以簡單假設不同廠商間的商品爲完全替代或高度替代的。在本文中由於廠商間採用 Bertrand 競爭，爲了避免出現 Bertrand 矛盾的結果，因此必須假設兩廠商所生產的產品具有異質性，故不爲完全替代。但在本文所討論的模型中兩產品仍爲高度替代，因此廠商實施品質折扣時對另一廠商商品需求的影響視爲與完全替代的狀況相同。

本文是以 Stole（1995）的模型作爲基礎，該文假設寡占市場中不同廠商間的產品雖然爲替代品，但是因爲不同廠商產品間具有異質性故爲不完全替代。消費者在品牌偏好與品質偏好皆具有異質性。其中品牌偏好視爲水平維度的偏好，而品質偏好視爲垂直維度的偏好。Stole 的模型中允許消費者偏好在垂直維度與水平維度間能夠互相影響，但在本文中由於探討主題並非消費者偏好對非線性價目表的影響，且爲求模型簡化我們假設此兩種維度偏好間相互爲獨立不相關的。

同樣探討競爭下非線性定價模型中將消費者偏好分爲兩個維度的文獻有如 Verboven（1999）、Armstrong and Vicker（2001）、Ellison（2005）。其中 Armstrong and Vicker 也在消費者偏好上做了兩維度偏好間互不相關的簡化假設。在上述文獻中，這些學者都假設所有垂直維度偏好的消費者都會參與市場消費，這個市場完全涵蓋（full market coverage）的假設的確大大地簡化了他們的模型。事實上廠商使用非線性定價時並不一定會服務到所有類型的消費者，特別是低需求消費者。因此上述學者所作的市場完全涵蓋假設雖然可以簡化模型但無法探討廠商產品線長度決定的問題。成本對與廠商產品線選擇的影響是本文所要欲探討的問題

之一，並且我們想進一步了解成本不對稱的兩家廠商進行非線性定價競爭時，產品線長度的決定是否有所不同，因此在本文中將假設市場是不完全涵蓋的。

廠商進行非線性定價時，追求利潤極大化的問題可以利用最適控制法求解。將消費者類型參數視爲時間軸、廠商所選擇的商品品質函數爲控制變數，廠商販賣商品所給予消費者的淨效用函數爲狀態變數。在本文中假設市場不完全涵蓋，因此廠商所服務到的最低消費者類型並非固定的，因此本文所討論的是一個起點自由變動，終點固定的最適控制模型。由於市場中會同時存在不完全涵蓋與完全涵蓋兩個狀態，這兩個不同狀態底下消費者淨效用函數將會出現兩個不同的情況。二階段最適控制法最早由 Amit（1986）所提出，其指出當狀態變數（消費者淨效用函數）分爲兩種不同狀況時，最適控制模型也必需分爲二階段來討論。但在 Amit 的二階段最適控制法中要求狀態變數雖然分爲兩段，但必須爲連續可微分的。但本文中的消費者淨效用函數爲不連續但可微分的，因此 Amit 的二階段最適控制法便不能適用。Yang and Ye（2006）提出了一個解決狀態變數不連續可微分時如何求解二階段最適控制模型的方法。Yang and Ye 加入了最適轉換時間的限制並推導出此一特殊二階段最適控制問題求解的必須條件，本文將利用該必須條件來求取廠商利潤極大化下最適決策的相關性質。

2.4 研究方法

傳統非線性定價模型討論獨占廠商如何利用不同的價格與數量組合來供具有異質偏好的消費者自我選擇以擷取其偏好的訊息，進而利用此訊息對消費者進行差別取價。當市場加入其他競爭者時問題將會變得相當複雜，首先面對的問題就是當兩家非線性定價廠商進行 Bertrand 競爭，均衡時廠商所創造的社會總剩餘都將歸消費者所有，廠商的利潤將爲零。如此強烈又不符合現實現象的結果我們

稱之爲 Bertrand 矛盾（Bertrand paradox）。Gasmi, Moreaux and sharkey（2000）中提到，兩廠商使用非線性定價進行 Bertrand 競爭時，唯有販售異質商品才有可能使廠商採用非線性定價成爲均衡。這就是本文在模型設定時加入了 Hotelling 異質化設定的原因。

本文目的在於探討使用品質非線性定價的廠商在雙占市場結構下利潤極大化的最適決策將會呈現何種性質。首先我們建立雙占市場結構下的基本模型，將兩個品牌置於一個圓形城市中，用以表現消費者對於品牌偏好的異質性。當我們要討論獨占市場結構的情況時可以簡單的假設模型中兩個品牌皆爲同一家廠商所有，此時模型可以表示爲一個最適控制問題。比較特殊的是模型中存在市場不完全涵蓋的假設，故狀態變數（消費者淨效用函數）存在不連續的轉換點，無法利用 Amit（1986）的二階段最適控制法進行求解。因此本文參照 Yang and Ye（2006）所發展的特殊二階段最適控制程序求解。

台灣的 ISP 產業中存在著成本不對稱的現象，Hinet 相較於其他廠商具有成本優勢。但具有成本優勢的 Hinet 卻違反直覺的制定較高的價格，因此我們試著利用一個雙占市場的競爭非線性定價模型解釋此一現象。然而目前競爭非線性定價文獻中皆假設不同廠商間成本完全對稱，因此只能得到對稱的均衡結果。由於 Yang and Ye（2006）所提出的特殊二階段最適控制法可以容許市場不完全涵蓋的假設以探討個別廠商產品線長度的決定。因此本文將修改其模型中成本函數的假設，以符合台灣 ISP 產業中 Hinet 相較於其他廠商在成本上優勢的現象，如此方可進一步討論 Hinet 具成本優勢卻制定較高價格的現象。

3. 模型探討

在模型中我們將消費者的偏好假設爲具有「水平維度」與「垂直維度」的二維度偏好。「水平維度」的消費者偏好爲消費者對於不同品牌的偏好，「垂直維度」的消費者偏好則爲消費者對於產品不同品質的偏好。在實際的例子中，我們可以將水平維度的偏好想作是消費者對於不同 ISP 業者品牌間偏好的殊異。而垂直維度的消費者偏好則可想作是消費者對於不同品質（速率、E-mail 信箱容量、其他加值服務…等）偏好的殊異。本模型雖然將消費者偏好分爲二維度，但不能稱做多維度非線性定價模型。其原因是我們假設單交條件（single-crossing condition）只在垂直維度成立，也就是固定效用水準底下每增加一單位品質，高需求消費者在效用上的增加比低需求消費者在效用上的增加來得多。而在水平維度並不假設有單交條件成立，因此水平維度的偏好假設爲外生給定其坐落的位置（location）。

模型的設定是以雙占市場出發，假設市場中有兩種「品牌」。而當我們欲討論獨占市場時，則假設兩個品牌由同一家廠商所擁有，並進行聯合利潤極大。當討論雙占市場時，假設兩個品牌分別由兩家不同的廠商所擁有，兩廠商分別極大化自身利潤。在第一節首先討論模型的假設及設定，第二節介紹本研究所使用的方法：二階段最適控制程序。第三節與第四節分別討論獨占市場模型以及雙占市場模型。第五節針對獨占市場模型與雙占市場模型的結果加以探討。

3.1 模型假設

本文在模型部份參照 Yang and Ye（2006）所提出的二階段最適控制模型，與其不同的是本文加入廠商間存在成本不對稱的假設。由於我們所關注的例子中，國內 ISP 業者在成本上存在成本不對稱的現象。爲了能夠進一步探討兩家廠

商成本不對稱的情況底下使用非線性定價法進行競爭的問題，因此有必要將模型修改爲成本不對稱的設定。

首先模型以雙占市場的環境底下開始建構：兩個廠商分別擁有各自的品牌，令其爲品牌 1 與品牌 2 。在各自的品牌底下，廠商生產單一商品且有不同的品質，而不同品質的商品具有不同的價格。假設消費者對於品質偏好的殊異符合單交條件，也就是固定效用水準底下每增加一單位品質，高需求消費者在效用上的增加比低需求消費者在效用上的增加來得多。因此廠商可以利用不同品質與價格的組合來將高低不同需求的消費者區分開來，並以此資訊進行差別取價。不同的品質以 q 表示，$q \in (0,\infty)$ 。

現在我們開始對消費者偏好做假設。首先假設市場中的消費者爲連續的，其偏好殊異分爲兩個維度：對於不同品牌偏好的殊異以及對於不同品質偏好的殊異。前者我們稱其爲水平維度的偏好，後者可稱其爲垂直維度的偏好。水平維度的偏好可以用消費者在單位圓上的位置來表示。如圖 3.1，品牌 1 與品牌 2 的位置落在單位圓的兩邊，恰巧將單位圓平均的一分爲二。關於廠商位置會選擇均分單位圓的假設，其理由是：若要與既存廠商競爭（假設具成本優勢的爲既存廠商），後進廠商在選擇市場位置時，會選擇距離既存廠商最遠的位置以獲得最大利潤。也就是後進廠商（成本劣勢廠商）會盡量選擇遠離既存廠商（成本優勢廠商）的位置來盡量避免競爭。在國內 ISP 業者的例子中，的確在既存廠商是存在著成本優勢的，故這樣的假設在應用於討論國內 ISP 業者的例子來說是適當的。廠商選擇位置外生給定的假設也是本研究的限制，將來可將此假設放寬進一步探討在此環境下廠商位置選擇的策略與行爲。

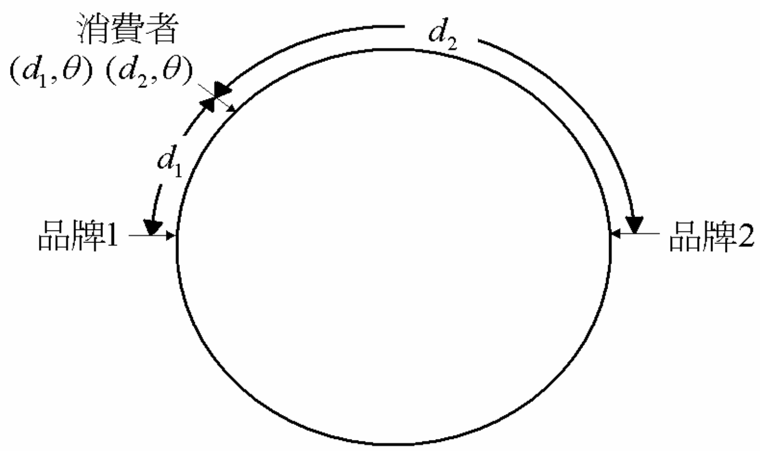

圖 3.1：兩品牌坐落於單位圓之位置圖

不同消費者間存在著不同的理想品牌，若品牌 1 恰巧爲某位消費者的理想品牌，則該消費者的位置即落在與品牌 1 重疊之位置。令 d_i 爲消費者於單位圓上位置與品牌 i 之距離（$i=1,2$），該距離可用來表示消費者對於不同品牌間偏好的殊異，也就是我們所稱的水平維度偏好。令單位圓週長爲 1，則 $d_1+d_2=1/2$。因此可知無論單獨只看 d_1 或 d_2 都能夠完全表示消費者水平偏好的訊息。

就算是品質水準相同的產品，不同廠商所提供的產品亦具有異質性存在，此一差異可以視爲不同品牌間的差異，我們以 s 衡量不同品牌間差異的大小。在單位圓中，s 可解釋爲每單位距離的運輸成本。因此 $d_i \cdot s$ 即可完整描述落在 d_i 位置的 t 類型消費者消費 i 品牌時，相較於消費理想品牌所造成在效用上的減損。

消費者的偏好在品質方面也是具有異質性的，在不同品質的商品間消費者偏好殊異以參數 t 表示，其中 $t\in[0,1]$，也就是我們所稱的垂直維度偏好。垂直維度偏好需滿足固定效用水準底下每增加一單位品質，高需求消費者在效用上的增加比低需求消費者在效用上的增加來得多，也就是需滿足單交條件。

根據以上假設，消費者偏好以二維度偏好參數 (d_i,t) 表示。對於消費者在

單位圓上的分佈假設為連續且均勻分佈的。對於消費者垂直維度偏好的分佈假設為均勻分佈於單位區間 $[0,1]$ 中。假設水平維度偏好與垂直維度偏好間為獨立不相關的。每個消費者最多只消費一單位，也就是假設消費者具單位需求（unit demand）。類型 (t,d_i) 的消費者以價格 p 購買一單位品牌 i 品質 q 的商品所獲得之效用為：

$$u(q,p,d_i,t)=t\cdot q-p-s\cdot d_i \qquad (3.1.1)$$

其中 $s\in R^+$ 表示不同品牌間產品具有異質性。當 s 越小，表示品牌間差異越小；反之 s 越大表示品牌間差異越大。當消費者類型數 t 越大，也就是需求越高的消費者，在固定的品質與價格水準底下所獲得的效用越高，因此 $\partial u/\partial t>0$。而在其他狀況不變下，當品質越高消費者所得到的效用也越高，因此 $\partial u/\partial q>0$。在同樣品質水準下，廠商定價越高則對消費者效用而言是負向的影響，故 $\partial u/\partial p<0$。當消費者不購買任何商品，則其效用標準化為 0。

為了符合國內 ISP 產業的狀況，假設兩種品牌（廠商）的成本結構不同，因此廠商生產一單位 q 品質的產品之成本必須分開討論。對於成本函數的設定，我們參考 Mukhopadhyay, Rajan and Telang（2004）中對於不對稱的成本函數假設。該文討論網際網路搜尋引擎產業的競爭，並討論在成本結構不對稱的情況下的結果。與本文不同的是該文假設廠商並未使用非線性定價，且每一廠商只選擇生產一種品質的商品。該文假設廠商的成本函數為 $c_i(q)=a_i\cdot q^2$，其中 a 為衡量不同廠商（品牌）間成本差異之參數 $a\in R^+$，當 a 越大表示該廠商生產同樣品質水準的商品需較高的成本。在雙占市場結構下，為表示廠商 2 成本大於廠商 1，可令 $a_2>a_1$。因此品牌（廠商）i 從每個消費者所得到的利潤函數為：

$$\pi_i(p,q)=p-a_i\cdot q^2 \qquad (3.1.2)$$

廠商進行非線性定價時必須滿足誘因限制以及參與限制。誘因限制（誘因相容限制，incentive-compatibility）是為了保證所設計的報酬使得每一個參與者會真實的透露其私人的訊息，也就是消費者消費屬於設計給自己類型的品質與價格

組合所得到的效用優於消費設計給其他類型消費者的品質與價格組合。參與限制（個人理性限制，individual-rationality constrains）其隱含之意義爲任何參與者在此機制下可自由選擇是否參與，也就是消費者在購買商品後的淨效用必須大於零才會參與這個市場。

令 $U_i(\tilde{t},t,d_i)$ 爲 (t,d_i) 類型消費者購買廠商設計給 $\tilde{t}$ 類型消費者的 $q(\tilde{t})$ 品質之 i 品牌商品所獲得之效用。

$$U_i(\tilde{t},t,d_i)=t\cdot q_i(\tilde{t})-p_i(\tilde{t})-s\cdot d_i \qquad (3.1.3)$$

對所有 $(t,\tilde{t})\in[0,1]$ 誘因限制爲：

$$U_i(t,t,d_i)\geq U_i(\tilde{t},t,d_i) \quad ，其中\ i=1,2 \qquad (3.1.4)$$

由於我們假設單交條件（single-crossing condition）在垂直維度成立，也就是固定效用水準底下每增加一單位品質，高需求消費者在效用上的增加比低需求消費者在效用上的增加來得多。對於單交條件只在垂直維度成立的假設最早來自於 Stole（1995）的模型，在該模型中允許消費者偏好在垂直維度與水平維度間能夠互相影響，但在本文中由於探討主題並非消費者偏好對非線性價目表的影響，且爲求模型簡化我們假設此兩種維度偏好間相互爲獨立不相關的。假設在（3.1.3）式中對於 (t,q_i) 單交條件成立，Yang and Ye（2006）中指出可以得到以下結果：

當滿足誘因限制時則若且唯若下列兩條件成立：

$$對於所有\ t\geq t_i^*,t_i^*\in[0,1)\ 且\ i=1,2\ ，U_i(t,t,d_i)=\int_{t_i^*}^{t}q(x)dx-s\cdot d_i \qquad (3.1.5)$$

$$q_i(t)\ 對於\ t\ 爲遞增的 \qquad (3.1.6)$$

（3.1.5）式是來自於傳統非線性定價模型，最早在 Maskin and Riley（1984）中稱之爲標準消費者剩餘法（standard consumer surplus approach），其中 t_i^* 表示 i 廠商所服務到的最低類型消費者。而（3.1.6）所說明的是當消費者類型參數 t 越高，也就是需求越高的消費者將會選擇較高的品質 $q(t)$。

令 $y_i(t)$ 爲 $(t,0)$ 類型消費者所獲得的淨效用（獲得商品之效用扣除支付金

額損失之效用）

$$y_i(t)=\int q_i(x)dx\ ,\ \ i=1,2 \qquad (3.1.7)$$

因此 (t,d_i) 類型消費者進行消費所獲得的效用可改寫爲 $y_i(t)-s\cdot d_i$。假設 $y_i(t)$ 對於類型參數 t 爲連續的，且 $q_i(t)=y_i'(t)$，我們可知廠商定價會等於消費者毛效用減去淨效用，$p_i(t)=t\cdot q_i(t)-y_i(t)$。

參與限制式的部份，若偏好參數爲 (t,d_i) 的消費者會選擇由品牌 i 處購買商品，則必須符合以下兩個條件：

$$y_i(t)-s\cdot d_i\geq 0 \qquad (3.1.8)$$

$$y_i(t)-s\cdot d_i\geq y_{-i}(t)-s\cdot(\frac{1}{2}-d_i) \qquad (3.1.9)$$

第一個條件（3.1.8）說明消費者參與消費至少會獲得正的效用，而第二個條件（3.1.9）說明消費者購買 i 品牌商品所獲得的效用大於購買其他品牌的商品。將兩個條件寫在一起成爲：

$$d_i\leq\min\left\{\frac{y_i(t)}{s},\frac{1}{4}+\frac{1}{2s}(y_i(t)-y_{-i}(t))\right\}=:m_i(t) \qquad (3.1.10)$$

第（3.1.10）式的意義爲：由水平維度來看，落於單位圓上得消費者其水平位置 d_i 小於或等於 $m_i(t)$ 將會選擇 i 品牌，故 i 品牌的水平維度市場範疇爲 $d_i=m_i(t)$。但在每一個水平維度的位置上都有不同需求 t 的垂直維度異質消費者，因此將 $m_i(t)$ 由 $\underline{t}$ 積分至 1 則得到 i 品牌完整的市場範疇（market coverage）。令一特定類型水準 $\hat{t}$，當 $t<\hat{t}$ 市場中的消費者並未被完全涵蓋，也就是品牌間並未真正的競爭到。消費者只需考慮到消費那一品牌的商品會獲得正的效用，或是說只有某一品牌商品能帶給消費者正的效用。當 $t\geq\hat{t}$，市場中的消費者被完全涵蓋，消費者不但需要考慮參與消費是否獲得正的效用之外，還需比較不同品牌間所獲得效用的大小以決定購買的品牌。但市場被完全涵蓋意味所有 $t\geq\hat{t}$ 的消費者參與消費皆能獲得正的效用，因此只需要考慮品牌間所獲得效用的大小。

綜合以上假設，廠商進行 Bertrand 競爭時，給定另一品牌之產品給予消費者的淨效用爲 $y_{-i}(\cdot)$ 下，品牌 i 的總利潤爲：

$$\pi_i = \int_{\underline{t}_i}^{1} \left[t \cdot q_i(t) - y_i(t) - a_i \cdot q_i^2(t) \right] \cdot m_i(t) dt \qquad (3.1.11)$$

由於以 $\hat{t}$ 爲分界點，消費者的參與限制不同，也就是 $m_i(t)$ 不同。因此我們可以將（3.1.11）式以 $\hat{t}$ 爲分界點改寫爲兩段積分：

$$\begin{aligned}\pi_i = &\int_{\underline{t}_i}^{\hat{t}} \left[t \cdot q_i(t) - y_i(t) - a_i \cdot q_i^2(t) \right] \cdot \frac{y_i(t)}{s} dt \\ &+ \int_{\hat{t}_i}^{1} \left[t \cdot q_i(t) - y_i(t) - a_i \cdot q_i^2(t) \right] \cdot \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2 \cdot s}(y_i(t) - y_{-i}(t)) \right] dt\end{aligned} \qquad (3.1.12)$$

二段積分的第一段之意義爲市場在不完全涵蓋（局部獨占）的狀況下的利潤函數，第二段則爲市場完全涵蓋（局部競爭）狀況下的利潤函數。將兩部份加總則爲品牌 i 完整的利潤函數。品牌 i 的目標函數即爲極大化第（3.1.12）式，這個極大化問題受限於 $y_i'(t) = q_i(t)$ 與相關不同端點間的條件。將 t 視爲時間軸，q_i 視爲控制變數，y_i 視爲狀態變數，則此極大化問題可視爲一個特殊的二階段最適控制模型。與一般二階段最適控制模型不同之處在於我們還必須解出最適轉換「時間」$\hat{t}$。

3.2 二階段最適控制程序

我們在上一節所推導出的二階段最適化問題可以寫成以下較爲一般化的形式：

$$\max \int_{t_0}^{t_1} F_1(t, y(t), q(t)) dt + \int_{t_1}^{t_2} F_2(t, y(t), q(t)) dt \qquad (3.2.1)$$

受限於：

$$y'(t)=\begin{cases} f_1(t,y(t),q(t)) & ,t_0 \le t < t_1 \\ f_2(t,y(t),q(t)) & ,t_1 < t \le t_2 \end{cases} \quad （3.2.2）$$

t_0 自由變動，$y(t_0)=y_0$ （3.2.3）

t_1 自由變動，$y(t_1)=R(t_1)$ （3.2.4）

t_2 固定不變，$y(t_2)$ 自由變動 （3.2.5）

其中 $F_i(\cdot)$ 對於 y 、q 與 t 為連續可微分的，且 $R(t)$ 為連續但不可微分（如 piecewise continuous function）。由於市場中會同時存在不完全涵蓋與完全涵蓋兩個狀態，這兩個不同狀態底下消費者淨效用函數將會出現兩個不同的情況。二階段最適控制法最早由 Amit（1986）所提出，其指出當狀態變數（消費者淨效用函數）分為兩種不同狀況時，最適控制模型也必需分為二階段來討論。但在 Amit 的二階段最適控制法中要求狀態變數雖然分為兩段，但必須為連續可微分的。但本文中的消費者淨效用函數為不連續但可微分的，因此 Amit 的二階段最適控制法便不能適用。Yang and Ye（2006）提出了一個解決狀態變數不連續可微分時如何求解二階段最適控制模型的方法。

令 $\lambda(t)$ 為（3.2.2）式之乘數（multiplier）。定義二階段的 Hamiltonian 函數為：

$$H=\begin{cases} H_1=F_1+\lambda f_1 & ,t_0 \le t < t_1 \\ H_2=F_2+\lambda f_2 & ,t_1 < t \le t_2 \end{cases}$$

則此二階段最適控制問題極大化的必需條件為：

$$\frac{\partial H_1}{\partial q}=0 \quad t_0 \le t < t_1 \quad （3.2.6）$$

$$\frac{\partial H_2}{\partial q}=0 \quad t_1 < t \le t_2 \quad （3.2.7）$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial y}=-\lambda' \quad t_0 \le t < t_1 \quad （3.2.8）$$

$$\frac{\partial H_2}{\partial y}=-\lambda' \quad t_1 < t \le t_2 \quad （3.2.9）$$

$$[H_1-\lambda R'](t_1^-)=[H_2-\lambda R'](t_1^+) \quad if \quad t_0<t_1<t_2 \qquad (3.2.10)$$

$$[H_1-\lambda R'](t_1^-)\le[H_2-\lambda R'](t_1^+) \quad if \quad t_0=t_1<t_2 \qquad (3.2.11)$$

$$[H_1-\lambda R'](t_1^-)\ge[H_2-\lambda R'](t_1^+) \quad if \quad t_0<t_1=t_2 \qquad (3.2.12)$$

$$H_1(t_0=0) \qquad (3.2.13)$$

$$\lambda(t_2)=0 \qquad (3.2.14)$$

其中（3.2.6）至（3.2.9）式與（3.2.13）、（3.2.14）式爲最適化的標準必須條件。（3.2.10）至（3.2.12）式爲支配最適轉換「時間」的截貫條件。

3.3 獨占市場模型

在獨占市場中兩個品牌由同一個廠商所擁有，廠商的目標是極大化兩個品牌的聯合利潤。由於兩個品牌是同一個廠商所有擁有，因此並不會存在成本不對稱的狀況。在成本對稱與消費者在水平維度上均勻分配的假設下，我們關注的是對稱的解，因此每個品牌的市場份額是對稱的，$y_i(t)=y(t) \ ,i=1,2$，因此可寫出在獨占市場狀況時廠商的利潤函數：

$$\begin{aligned}\pi=&\int_{\underline{t}}^{\hat{t}}\left[t\cdot q(t)-y(t)-a\cdot q^2(t)\right]\cdot\frac{y(t)}{s}\cdot dt\\&+\int_{\hat{t}}^{1}\left[t\cdot q(t)-y(t)-a\cdot q^2(t)\right]\cdot\frac{1}{4}\cdot dt\end{aligned} \qquad (3.3.1)$$

受限於：

$$y'(t)=q(t) \qquad (3.3.2)$$

$$q'(t)\ge 0 \qquad (3.3.3)$$

$$y(\underline{t})=0 \qquad (3.3.4)$$

其中 $\underline{t}$ 爲所有參與市場的不同消費者類型中最低的，因此 $y(\underline{t})=0$。由於當

$t > \underline{t}$ 時 $q(t) > 0$，因此 $y'(t > \underline{t}) = q(t > \underline{t}) > 0$。此時存在一個 $\hat{t} > \underline{t}$，使得 $t < \hat{t}$ 時 $y(t)/s \le 1/4$，且 $t > \hat{t}$ 時 $y(t)/s > 1/4$。由以上推論可得到另一個條件：

$$y(\hat{t}) = \frac{s}{4} \tag{3.3.5}$$

令 Hamiltonian 函數爲

$$H = \begin{cases} H_1 = \left[tq - y - aq^2\right] \cdot \dfrac{y}{s} + \lambda q & , \underline{t} \le t < \hat{t} \\ H_2 = \left[tq - y - aq^2\right] \cdot \dfrac{1}{4} + \lambda q & , \hat{t} < t \le 1 \end{cases} \tag{3.3.6}$$

首先分爲兩個部份求解，第一部份爲市場部份涵蓋部份，根據極大化條件得到：

$$\frac{\partial H_1}{\partial q} = (t - 2aq) \cdot \frac{y}{s} + \lambda = 0 \tag{3.3.7}$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial y} = (tq - 2y - aq^2) \cdot \frac{1}{s} = -\lambda' \tag{3.3.8}$$

將（3.3.7）式對 t 微分，可將（3.3.8）代入後得到下列微分方程式：

$$3y + (a-1)y'^2 - y \cdot y'' = 0 \tag{3.3.9}$$

利用最低點的邊界條件 $y(\underline{t}) = 0$ 可由（3.3.9）式解得

$$y(t) = \frac{3}{6-4a} \cdot (t - \underline{t})^2 \tag{3.3.10}$$

$$q(t) = \frac{3}{3-2a} \cdot (t - \underline{t}) \tag{3.3.11}$$

現在我們再來看看市場完全涵蓋部份，同樣根據極大化條件可得：

$$\frac{\partial H_2}{\partial q} = (t - 2aq) \cdot \frac{1}{4} + \lambda = 0 \tag{3.3.12}$$

$$\frac{\partial H_2}{\partial y} = -\frac{1}{4} = -\lambda' \tag{3.3.13}$$

由於本最適控制問題屬於固定終點問題（fixed endpoint problem），故截貫條件（transversality condition）爲 $\lambda(1) = 0$，因此將（3.3.13）式積分可得 $\lambda = (1/4) \cdot t + c_1$

將截貫條件代入後可得：

$$\lambda(t) = \frac{1}{4} \cdot t - \frac{1}{4} \tag{3.3.14}$$

將（3.3.14）式代入（3.3.12）式可得到：

$$q(t)=\frac{2t-1}{2a} \tag{3.3.15}$$

由（3.3.2）式可知將（3.3.15）式積分後即可得到：

$$y(t)=\frac{1}{2a}\cdot t^{2}-\frac{1}{2a}\cdot t+c_{2} \tag{3.3.16}$$

其中 c_2 爲未解之常數項，必須有賴於其他條件進行求解。首先，爲了決定最適轉換點 $\hat{t}$ 我們將使用下列兩個條件：

$$y(\hat{t}^{-})=\frac{3}{6-4a}\cdot(\hat{t}-\underline{t})^{2}=\frac{s}{4} \tag{3.3.17}$$

$$y(\hat{t}^{+})=\frac{1}{2a}\cdot\hat{t}^{2}-\frac{1}{2a}\cdot\hat{t}+c_{2}=\frac{s}{4} \tag{3.3.18}$$

由（3.3.5）式可知 $R(\hat{t})=y(\hat{t})=\frac{s}{4}$ ，$R'(\hat{t})=0$ ，對於最適轉換點 $\hat{t}$ 的截貫條件（3.2.10）式可以改寫爲：

$$H_{1}(\hat{t})=H_{2}(\hat{t}) \tag{3.3.19}$$

藉由（3.3.7）與（3.3.12）所解得的 λ^{-} 與 λ^{+} 代入（3.3.19）式可證明 $q(\cdot)$ 在 $\hat{t}$ 這點上爲連續的。因此 $q(\hat{t}^{-})=q(\hat{t}^{+})$ ，可得下列式子：

$$\frac{3}{3-2a}(\hat{t}-\underline{t})=\frac{2\hat{t}-1}{2a} \tag{3.3.20}$$

由（3.3.20）式可解得 $(\hat{t}-\underline{t})$ 代入（3.3.17）式中可得到：

$$\hat{t}^{M}=\frac{1}{2}+a\cdot\sqrt{\frac{3s}{6-4a}} \tag{3.3.21}$$

將（3.3.21）代入（3.3.18）與（3.3.20）式分別可解得：

$$c_{2}=\frac{1}{4}+\frac{s}{4}-\frac{3a^{2}s}{6-4a} \tag{3.3.22}$$

$$\underline{t}^{M}=\frac{1}{2}-\frac{a}{3}\sqrt{\frac{3s}{6-4a}} \tag{3.3.23}$$

命題 1　在獨占市場模型中，產品差異存在一個門檻，當產品差異大於這個門檻值時，消費者認爲此兩種產品爲不同產品。因此兩品牌各自進行獨占非線性定價。當成本上升時此門檻值將會降低，也就是較少的產品差異就會使得兩廠商各自進行獨占定價。

證明：　由於 $t \in [0,1]$，因此當 $\hat{t}^M > 1$ 時市場中不存在市場完全涵蓋的部份。令 $\hat{t}^M > 1$ 可解得產品差異的門檻值爲

$$\hat{s} = \frac{6-4a}{12a^2} \qquad (3.3.24)$$

$$\frac{\partial \hat{s}}{\partial a} = \frac{48a^2 - 144a}{\left(12a^2\right)^2} < 0 \qquad (3.3.25)$$

Q.E.D.

由於品質差異大於門檻值時，市場中不存在市場完全涵蓋的部份。當產品差異小於門檻值時，在 $\underline{t}^M$ 與 $\hat{t}^M$ 之間爲市場部份涵蓋，而 $\hat{t}^M$ 至 $\bar{t} = 1$ 之間爲市場完全涵蓋。因此以下需視產品差異是否超過臨界值 $\hat{s}$ 分爲兩種狀況討論。

命題 2 獨占市場模型中，若產品差異大於門檻值時，廠商對於其產品線長短的決策不受產品差異影響，僅受到成本影響。當成本上升，廠商將會縮短其產品線，並放棄低需求消費者。

證明：　當 $s > \hat{s}$ 時，市場僅存在市場不完全涵蓋的狀況，因此不能依靠轉換時間 $\hat{t}$ 的截貫條件進行求解。將終點截貫條件 $\lambda(1) = 0$ 代入極大化條件（3.3.7）式可得到新的截貫條件 $q(1) = 1$。將新的條件代入（3.3.11）式可得

$$\underline{t} = \frac{2}{3} \cdot a \qquad (3.3.25)$$

Q.E.D.

在模型中必需要求 $a < 3/2$，若 $a > 3/2$ 則 $\underline{t} > 1$ 表示廠商因爲成本過高而選擇退出市場。此時廠商所決定要服務到的最低需求消費者 $\underline{t}$ 並不會受到產品差異的影響，僅受到成本的影響。

命題 3 獨占市場模型中，當產品差異大於門檻值時，廠商所提供消費者的最適合約（optimal menu of contracts）爲

$$y(t) = \frac{3}{6-4a}\left(t - \frac{2}{3}a\right)^2 \qquad , a \in \left(0, \frac{3}{2}\right) \qquad , s > \hat{s} \qquad (3.3.26)$$

將廠商所提供的最適合約函數 $y(t)$ 做一階與二階微分：

$$y'(t) = q(t) = \frac{3}{3-2a}\left(t - \frac{2}{3}a\right) > 0 \qquad (3.3.27)$$

$$y''(t) = q'(t) = \frac{3}{3-2a} > 0 \qquad (3.3.28)$$

其中 $s > \hat{s}$ 且 $a < 3/2$。上兩式說明廠商所提供的最適合約 $y(t)$ 對不同需求類型消費者而言爲嚴格遞增的凹函數。此結果與傳統非線性定價模型文獻一致：在參與消費的消費者中，高需求消費者比低需求消費者得到較多的淨效用，且最低需求消費者 $\underline{t}$ 所得到的淨效用恰爲零。

當 $s > \hat{s}$ 時廠商各自進行獨占非線性定價，此時要求 $a < 3/2$。當 $s < \hat{s}$ ，由於 $t > \hat{t}$ 時市場爲完全涵蓋，也就是部份競爭的狀況。當廠商面臨競爭時利潤將會有所減損，故同樣在產品差異未超過門檻值的討論中也需要求 $a < 3/2$。

當品質差異未超過門檻值 $\hat{s}$ 時，由（3.3.23）式可知此時廠商對於產品線的決策將受到產品差異的影響。將（3.3.23）式對產品差異 s 偏微分即可得到

其影響的方向。

$$\frac{\partial \underline{t}^{M}}{\partial s}=\frac{a}{12-8a}\left(\frac{3s}{6-4a}\right)^{-\frac{1}{2}}<0 \qquad , a<\frac{3}{2} \qquad , s<\hat{s} \tag{3.3.29}$$

命題 4 獨占市場模型中，當產品差異小於門檻值時，廠商產品線的決策受到產品差異與成本影響。當產品差異愈小，廠商因應兩品牌間增加的競爭而縮短期產品線，並放棄低需求消費者。當成本上升，廠商將縮短期產品線，並放棄低需求消費者。

將解得的（3.3.22）與（3.3.23）分別代回（3.3.16）與（3.3.10）式即可得到獨占模型產品差異 $s<\hat{s}$ 時的最適合約。

命題 5 獨占市場模型中，當產品差異小於門檻值時，廠商所提供消費者的最適合約爲：

$$y^{M}(t)=\begin{cases}\dfrac{3}{6-4a}\cdot\left(t-\dfrac{1}{2}+\dfrac{a}{3}\sqrt{\dfrac{3s}{6-4a}}\right)^{2} & , \underline{t}^{M}\le t<\hat{t}^{M}\\ t^{2}-t+2a\cdot\left(\dfrac{1+s}{4}-\dfrac{3a^{2}s}{6-4a}\right) & , \hat{t}^{M}<t\le 1\end{cases} \tag{3.3.30}$$

將 $t=\underline{t}$ 及 $t=1$ 代入最適合約中可知需求最低的消費者獲得的淨效用爲零，而最高類型需求消費者將獲得正的淨效用。

$$y^{M}(1)=2a\cdot\left(\frac{1+s}{4}-\frac{3a^{2}s}{6-4a}\right)>0 \tag{3.3.31}$$

$$y^{M}(\underline{t})=0 \tag{3.3.32}$$

3.4 雙占市場模型

雙占市場模型與獨占市場模型不同之處在於兩個品牌分別由不同兩個廠商所擁有，並且兩個不同廠商不會合作，分別追求各自的利潤極大。在成本不對稱的假設底下，我們可預期不同成本廠商的解將有所不同，因此在雙占市場模型中將存在一個不對稱均衡的解。假設兩廠商進行 Bertrand 式競爭，即給定對手廠商供給消費者的最適合約下，兩廠商同時選擇最適合約以極大化利潤。假設廠商 1 爲具有成本優勢之廠商，因此 $a_2 q_2^2 > a_1 q_1^2$ ，且邊際成本 $2a_2 q_2 > 2a_1 q_1$ 。

廠商i的利潤函數如下，$i = 1,2$ ：

$$\begin{aligned}\max \quad \pi_i = & \int_{\underline{t}_i}^{\hat{t}} \left[t \cdot q_i(t) - y_i(t) - a_i \cdot q_i^2(t) \right] \cdot \frac{y_i(t)}{s} \cdot dt \\ & + \int_{\hat{t}}^{\bar{t}} \left[t \cdot q_i(t) - y_i(t) - a_i \cdot q_i^2(t) \right] \cdot \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2s}(y_i(t) - y_{-i}(t)) \right] dt \end{aligned} \tag{3.4.1}$$

受限於：

$$y_i'(t) = q_i(t)$$
$$y_i(\underline{t}_i) = 0$$
$$y_i(\hat{t}) = \frac{s}{2} - y_{-i}(\hat{t})$$

其中 $\underline{t}_i$ 表示兩廠商分別所能服務到最低的垂直維度偏好消費者。

令 Hamiltonian 函數爲

$$H = \begin{cases} H_1^i = \left[tq_i - y_i - a_i q_i^2 \right] \cdot \dfrac{y_i}{s} + \lambda q_i & , \quad \underline{t}_i \le t < \hat{t} \\ H_2^i = \left[tq_i - y_i - a_i q_i^2 \right] \cdot \\ \qquad \left[\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2s}(y_i(t) - y_{-i}(t)) \right] + \lambda q_i & , \quad \hat{t} < t \le 1 \end{cases} \tag{3.4.2}$$

同樣的，我們需將問題分爲部份涵蓋與完全涵蓋兩個部份來討論。在市場部份涵蓋的部份可以發現與獨占市場狀況時完全相同，原因爲部份涵蓋時廠商是局部獨

占的，因此其他廠商並不會對其利潤極大的決策有所影響。因此當 $t < \hat{t}$ 可得到與獨占市場模型得到同樣的解：

$$y_i(t) = \frac{3}{6-4a_i} \cdot (t - \underline{t}_i)^2 \qquad (3.4.3)$$

$$q_i(t) = \frac{3}{3-2a_i} \cdot (t - \underline{t}_i) \qquad (3.4.4)$$

但是在市場完全涵蓋的部份將與獨占市場模型完全不同。因此市場完全涵蓋的狀況下 Hamiltonian 函數可寫為：

$$H_2^i = \left[tq_i - y_i - a_i q_i^{\,2}\right] \cdot \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2s} \cdot (y_i - y_{-i})\right] + \lambda q_i \qquad (3.4.5)$$

其中 $i = 1,2$ ，根據極大化條件分別可得以下四式：

$$\frac{\partial H_2^1}{\partial q_1} = (t - 2a_1 q_1) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2s} \cdot (y_1 - y_2)\right) + \lambda = 0 \qquad (3.4.6)$$

$$\frac{\partial H_2^2}{\partial q_2} = (t - 2a_2 q_2) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2s} \cdot (y_2 - y_1)\right) + \lambda = 0 \qquad (3.4.7)$$

$$\frac{\partial H_2^i}{\partial y_1} = -\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2s} \cdot (y_1 - y_2)\right] + (tq_1 - y_1 - a_1 q_1^2) \cdot \left(\frac{1}{2s}\right) = -\lambda' \qquad (3.4.8)$$

$$\frac{\partial H_2^2}{\partial y_2} = -\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2s} \cdot (y_2 - y_1)\right] + (tq_2 - y_2 - a_2 q_2^2) \cdot \left(\frac{1}{2s}\right) = -\lambda' \qquad (3.4.9)$$

若依照獨占市場模型的方法求解，則需將（3.4.6）與（3.4.7）微分後分別帶入（3.4.8）與（3.4.9）式中，但結果將會出現一組複雜而難以求解的聯立高階非線性常微分方程組。雖然無法直接求解，但我們依然可由極大化條件求得模型在雙占市場成本不對稱下的一些性質。由（3.4.6）與（3.4.7）式可得

$$y_1 - y_2 = \frac{s}{2} \cdot \frac{a_1 q_1 - a_2 q_2}{t - a_1 q_1 - a_2 q_2} \qquad (3.4.10)$$

命題 6 在雙占市場模型中兩廠商分別進行利潤極大化的結果，發現兩廠商設計給同樣類型消費者的最適合約將有所不同。相較於高成本廠商，低成本廠商將會設計高品質與高價格的最適合約給予消費者進行選擇。

證明： 廠商定價會等於消費者毛效用減去淨效用，$p_i = t \cdot q_i - y_i$，分別代入廠商 1 與 2 並令其相減得

$$p_1 - p_2 = t(q_1 - q_2) - (y_1 - y_2) \tag{3.4.11}$$

$c_i' = 2a_i q_i$ 為廠商邊際成本，因此（3.4.10）式可簡化為

$$y_1 - y_2 = \frac{s}{2}\left(\frac{2t}{c_1' - c_2'} - 1\right)^{-1} \tag{3.4.12}$$

將（3.4.12）式代入（3.4.11）式可得

$$p_1 - p_2 = t(q_1 - q_2) - \frac{s}{2}\left(-\frac{2t}{c_2' - c_1'} - 1\right)^{-1} \tag{3.4.13}$$

對（3.4.12）求取一階微分得

$$q_1 - q_2 = y_1' - y_2' = -st\left(\frac{2t}{c_1' - c_2'} - 1\right)^{-2} \cdot \left(c_1' - c_2'\right)^{-2}\left(c_1'' - c_2''\right) \tag{3.4.14}$$

其中 $c_1'' - c_2'' = 2(a_1 - a_2) < 0$，因此可推論 $q_1 - q_2 > 0$。將結果代回（3.4.13）式可知 $p_1 - p_2 > 0 \Rightarrow p_1 > p_2$。 Q.E.D.

在命題 6 中我們得到與一般直覺不同的結果。一般認為廠商競爭時，具成本優勢的廠商將會以較低的價格為策略來獲得較大的市場範疇。但在非線性定價模型中卻出現了相反地結果，具成本優勢的廠商反而選擇定高價。其原因是具成本優勢的廠商相較於高成本廠商提供給同類型消費者較高的品質來吸引同類型消費者以較高價格購買。

命題 7 當產品差異越小，則成本優勢廠商與高成本廠商價格將會越接近。

證明： 將（3.4.13）式對產品差異 s 偏微分得

$$\frac{\partial\left(p_1-p_2\right)}{\partial s}=-\frac{1}{2}\left(-\frac{2t}{c_2'-c_1'}-1\right)^{-1}>0 \qquad (3.4.15)$$

因此可知兩廠商的價差將與產品差異同向變動。 Q.E.D

在命題 7 中，產品差異 s 越小表示兩廠商所生產的商品替代性越強，此時競爭將會較為激烈。因此具成本優勢的廠商不會繼續維持高品質高價格的策略，將會因應競爭而降價來維持市場份額。

命題 8 低成本廠商之產品線較高成本廠商長。

證明： 由（3.4.4）式可得

$$q_1=\frac{3}{3-2a_1}(t-\underline{t}_1) \qquad (3.4.16)$$

$$q_2=\frac{3}{3-2a_2}(t-\underline{t}_2) \qquad (3.4.17)$$

分別可將兩式整理為

$$\underline{t}_1=t-q_1+\frac{1}{3}(2a_1q_1) \qquad (3.4.18)$$

$$\underline{t}_2=t-q_2+\frac{1}{3}(2a_2q_2) \qquad (3.4.19)$$

將 $c_1'=2a_1q_1$ 與 $c_2'=2a_2q_2$ 分別代入（3.4.18）與（3.4.19）兩式，並將兩式相減得

$$\underline{t}_1-\underline{t}_2=(q_2-q_1)-\frac{1}{3}(c_2'-c_1') \qquad (3.4.20)$$

由（3.4.14）可知 $q_2-q_1<0$，故可得 $\underline{t}_1-\underline{t}_2<0$。即

$$\underline{t}_1<\underline{t}_2 \qquad (3.4.21)$$

$\underline{t}_i$ 為廠商所服務到的最低類型消費者，故由（3.4.21）可知低成本廠商所服務到的消費者類型較低，也就是低成本廠商的產品線較高成本廠商長。 Q.E.D

在獨占市場模型中可知，當成本上升時廠商將會縮短其產品線，並放棄低需求消費者。在雙占市場模型中也能得到符合此一直覺的結果。高成本廠商的產品線較短，而低成本廠商則有較長的產品線。此一結果表示低成本廠商相較於高成本廠商將會提供更低品質的商品，以供更低需求的消費者進行消費。

3.5 結果討論

由於模型中假設同時存在不完全涵蓋與完全涵蓋兩個狀態，這兩個不同狀態底下消費者淨效用函數將會出現兩個不同的情況。當消費者淨效用函數在某一特定點上為連續但不可微分時，傳統二階段最適控制程序將不適用，利用 Yang and Ye 所發展的特殊二階段最適控制程序則可解決此一問題。最適轉換點將市場分為兩個部份：部份涵蓋與完全涵蓋。部份涵蓋指的是市場中的消費者並未完全涵蓋，Tirole（1988）稱廠商在此部份具局部獨占。在獨占模型中存在一個產品差異的門檻值，當產品差異一旦超過這個門檻值消費者認為此兩種產品為兩種不同產品，此兩品牌將各自進行獨占非線性定價。此門檻值受到成本變動的影響，當成本上升時此門檻值將會降低。此特性與命題 2 及命題 4 有關。綜合命題 2 與命題 4 可知無論產品差異是否超過門檻值，成本上升都會使得廠商縮短其產品線。較短的產品線使得較低的門檻值即會使得最適轉換點高於最高需求消費者類型，此時消費者認為此兩種產品為不同產品。

在本文中的獨占市場模型假設同一廠商擁有兩個品牌，並落在單位圓中將其平均分為兩個部份。假設消費者為連續且均勻分佈於單位圓上。市場中存在部份涵蓋與完全涵蓋。這些假設都與傳統非線性定價模型不同，故有必要檢查最適合約是否仍保留傳統非線性定價模型之性質。命題 3 與命題 5 中所得到的最適合約與傳統非線性定價模型的確具有相同性質。在參與消費的消費者中，高需求消費

者比低需求消費者得到較多的淨效用，且所有參與消費的消費者中最低需求消費者其淨效用爲零。

將模型改寫爲雙占市場模型時，同樣需將市場區分爲部份涵蓋與完全涵蓋兩個部份。在部份涵蓋時，廠商處於局部獨占的狀況，因此在利潤極大化的決策上不會相互影響。但在市場完全涵蓋時模型將會變得相當複雜。假設兩廠商進行 Bertrand 式競爭，即給定對手廠商供給消費者的最適合約下，兩廠商同時選擇最適合約以極大化利潤。利用特殊二階段最適控制程序分別可得到兩廠商的 Hamiltonian 函數。若要解得個別廠商最適合約將會面對一組複雜且難以求解的聯立高階非線性常微分方程組。雖然無法求得個別廠商的最適合約，但依然可由最適化的必須條件討論我們所提出的問題。

利用最適化的必需條件可得到命題 6 的結果。在雙占市場模型中兩廠商進行 Bertrand 競爭，分別利潤極大化的結果，具成本優勢的廠商定價將會高於高成本廠商。在此定價較高更詳細的說明是指設計給特定消費者類型的價格。因此在我們所建立的成本不對稱雙占市場非線性定價模型的確能夠說明在國內 ISP 產業中，Hinet 具成本優勢卻定高價的現象爲廠商利潤極大化的結果。雖然成本優勢廠商定價較高，但同時會給予消費者較高的品質吸引消費者以較高的價格消費。在本文所舉 ISP 產業的例子中，Hinet 在相同連線速率下定較高的價格，似乎沒有以較高的品質來吸引消費者消費，但是加入其他服務的服務品質考量則可發現模型結果與現實現象是符合的。其他服務的品質如服務據點多寡、障礙排除的速度與國外互連總頻寬…等。由於中華電信的 ISP 部門：HiNet 是國內第一家成立的 ISP 廠商，同時具備官方背景的歷史淵源，因此無論在服務據點或障礙排除方面的品質都較其他廠商高。根據台灣網路資訊中心（Taiwan Network Information Center；TWNIC）在 2007 年 4 月份的連線頻寬統計表中指出，Hinet 無論在國內或國外的互連總頻寬都高於其他廠商。因此 Hinet 與其他廠商使用品質非線性定價進行競爭時，的確呈現了與模型相同的性質。Hinet 將利用較高的品質吸引消費者以較高的價格消費。

在 Yang and Ye（2006）中，對稱成本的雙占市場結構下廠商所選擇之產品線長度較獨占市場結構長。由於本文加入了成本不對稱的假設，因此可得到進一步的結果。由命題 8 中可知，高成本廠商的產品線較短，而低成本廠商則有較長的產品線。此一結果表示低成本廠商相較於高成本廠商將會提供更低品質的商品，以供更低需求的消費者進行消費。例如 Hinet 提供連線速率僅有 56k 的網路撥接連線服務，而亞太線上、Giga …等則無此項低階服務。

4. 結論

國內 ISP 產業中廠商的成本結構明顯有不對稱的情形，Hinet 與其他 ISP 業者在成本結構上有所不同。FIND 的報告中指出，在 ISP 廠商的成本結構中，網路頻寬線路租用以及維護成本占總營運成本約 40%。由於國內民營固網業者在最後一哩的建設上尚未完備，故還是需要向中華電信支付租用最後一哩線路的費用。因此其他 ISP 業者相較於中華電信的 ISP 營運部門 Hinet 而言在成本上是居於劣勢的。由於我們不能使用對稱成本結構的模型來探討國內 ISP 產業問題，故特別引進了成本不對稱的設定加入模型中討論，此處也是本研究與其他文獻主要不同之處。

由各家 ISP 業者的費率表中可發現業者的定價大多採用品質非線性定價。但費率表中卻觀察到具有成本優勢的 Hinet 相較於其他 ISP 業者而言所收取的費用較高。一般認爲當廠商面臨競爭時，具成本優勢的廠商會以較低的價格爲策略來得到較大的市場範疇。但在使用品質非線性定價的 ISP 產業中卻發現到相反的現象。在盡可能搜尋文獻後發現目前並無討論在成本不對稱下競爭非線性定價的研究。因此本研究以 Yang and Ye（2006）所建立的對稱成本競爭非線性定價模型爲基礎，修改其成本函數的假設，以一個獨占雙品牌模型爲基礎進而發展成雙占市場模型探討成本不對稱下廠商使用品質非線性定價競爭的結果。

在獨占模型中假設市場存在兩個品牌由同一廠商所擁有，因此廠商決策爲兩品牌利潤極大。在成本函數部份使用 Mukhopadhyay，Rajan and Telang（2004）類似的假設。使用此成本函數的好處除了方便求解之外，還可知成本變動對於最適化後結果的影響。但缺點是只能得知影響的方向，無法正確得知影響的幅度。

在模型求解的方法部份使用特殊二階段最適控制程序，將消費者類型參數視爲時間軸、廠商所選擇的商品品質函數爲控制變數，廠商販賣商品所給予消費者的淨效用函數爲狀態變數。本文中假設市場不完全涵蓋，因此廠商所服務到的最

低消費者類型並非固定的，因此本文所討論的是一個起點自由變動，終點固定的最適控制模型。

在獨占市場模型中我們著重在成本變動對廠商產品線選擇的影響之探討，模型中發現無論產品差異程度是否超過臨界值，成本上升都會使得廠商縮短其產品線。在 Yang and Ye（2006）中提到市場越競爭則廠商產品線越長，本文增加討論成本對於產品線的影響，並在雙占市場模型中更進一步探討當廠商成本不對稱時，高低不同成本廠商間利潤極大化下的選擇將會有何不同。在雙占市場模型中發現成本優勢廠商將會有較長的產品線，也就是低成本廠商相較於高成本廠商將會提供更低品質的商品，以供更低需求的消費者進行消費。

雙占市場模型中兩廠商進行 Bertrand 競爭，分別利潤極大化的結果，具成本優勢的廠商定價將會高於高成本廠商。在此定價較高更詳細的說明是指設計給特定消費者類型的價格。因此在我們所建立的成本不對稱雙占市場非線性定價模型的確能夠說明在國內 ISP 產業中，Hinet 具成本優勢卻定高價的現象爲廠商利潤極大化的結果。

本文尚有許多假設可將其放鬆以探討更多相關問題。在模型中我們直接假設兩廠商在位置上會選擇均分單位圓，若放鬆此假設則可進一步探討成本不對稱非線性定價下廠商位置選擇的互動策略。若將寡占市場更推廣至一家成本優勢廠商與多家高成本廠商競爭，當競爭對手增加時，成本優勢廠商是否依然採用高品質高價格的策略。這些是模型未來可在加以發展的部份，並可尋找新的數學方法以求解個別廠商的最適合約。

參考文獻

中文部份：

劉芳梅 (2001), "我國網際網路服務業之產業結構分析與研究," *資策會電子商務應用推廣中心*.

英文部份：

Akerlof, G.A., (1970) "The Market of Lemons: Quality Uncertainity and the Market Mechanism," *Quaterly Journal of Economics*, Vol. 84, pp. 488-500.

Amit, R. (1986) "Petroleum Reservoir Exploration: Swithching from Primary to Secondary Recovery," *Operations Research*, Vol. 34, pp. 534-49.

Armstrong, M. and J. Vickers "Competitive Price Discrimination," *Rand Journal of Economics*, Vol. 32, pp. 579-605.

Crawford, G. and M. Shum, (2005), "Monopoly Quality Degradation and Regulation in the Cable Television," *Working Paper*, University of Arizona.

Goldman,M. B., Leland, H. E. and D. S. Sibley, (1984), "Optimal Nonuniform Prices," *Review if Economic Studies*, Vol. 51, pp. 305-19.

Laffont, J. J., Maskin, E. and J. C. Rochet. (1987), "Optimal Nonlinear Pricing with Two-Dimensional Characteristics," *Information Incentives and Economic Mechanisms* , Minneapolis: University of Minnesota Press.

Littlechild, S. C. (1975), "Two-Part Tariffs and Consumption Externalities," *The Bell Journal of Economics*, Vol. 6, pp. 661-70.

Maskin, E. and J. Riley (1984), "Monopoly with Incomplete Information," *Rand Journal of Economics*, Vol. 15 pp. 171-96.

Matthews, S. and J. Moore (1987), "Monopoly Provision of Quality and Warranties:

An Exploration in the Theory of Multidimensional Screening," *Econometrica*, Vol. 55, pp. 441-67.

McAfee, R. P. and J. McMillan (1988), "Multidimensional Incentive Compatibility and Mechanism Design," *Journal of Economic Theory*, Vol. 46, pp. 1988.

Mirrlees, A. J. (1971), "An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation," *Review of Economic Studies*, Vol. 38, pp. 175-208.

Mukhopadhyay, T., Rajan, U. and Telang, R. (2004), "Competition Between Internet Search Engines**,"** Working Paper, University of Carnegie Mellon.

Mussa, M. and S. Rosen, (1978), "Monopoly and Product Quality," *Journal of Economic Theory*, Vol. 18, pp. 301-17.

Oi, Y., (1971), "A Disneyland Dilemma: Two-Part Tariffs for a Mickey Mouse Monopoly," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 85, pp. 77-96.

Pigou, A. Cecil. (1920), *The Economics of Welfare*, Macmillan & Co.: London.

Rothschild, M. and J.E. Stiglitz (1976), "Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 90, pp.630-49.

Spence, A. M. (1973), *Job Market Signalling*, Quarterly Journal of Economics, Vol. 77, pp. 355-79.

Stole, L. (1995), "Nonlinear Pricing and Oligopoly," *Journal of Economics and Management Strategy*, Vol. 4, pp. 529-62.

Tirole, j. (1988), *Theory of Industry Organization*, Cambridge MT: MIT Press.

Varian, H. R. (1989), "Price Discrimination," *Handbook of Industrial Organization*, Vol. 1, pp. 597-654.

Verboven, F. (1999) "Product Line Rivalry and Market Segmentation," *Journal of Industrial Economics*, Vol. 47, pp. 399–425.

Willson, R. (1993), *Nonlinear Pricing*, New York: Oxford University Press.

Yang, H. and L. Ye (2006), "Nonlinear Pricing with Competition," *Working Paper*, University of Ohio State.