

最適非線性專案趕工成本之研究

藍俊雄

南華大學企業管理學系管理科學研究所 教授

戴筱蓁

南華大學企業管理學系管理科學研究所碩士班 研究生

張仲甫

南華大學企業管理學系管理科學研究所碩士班 研究生

摘要

本研究主要探討大型專案所面臨的情況，針對趕工成本及趕工時間加以深入討論有關專案完工時間改變時的最適趕工成本，藉由作業趕工以縮短專案完工時程以符合專案預訂完成時間。本研究將專案趕工問題，建構成一整數非線性規劃 INLP (Integer Nonlinear Programming) 的數學模型，以不同的專案完工時間下的考量趕工成本最佳化問題，進而提出最適的作業縮短時間。

本研究主要以計劃評核術 (Program Evaluation and Review Technique, PERT) 與要徑法 (Critical Path Method, CPM) 來探討大型專案所面臨的情況。本研究不僅討論作業趕工成本的非線性現象以符合真實的現象，並將專案工程進行的各項限制條件，製作成數學問題以求在符合完工時間條件要求下的最適趕工成本的求取。此外本研究運用 Lingo 9.0 extended version 語法進行非線性專案趕工模式構建，並採用 Lingo 9.0 軟體內建之 Global Solver 進行其全域最佳解之求解，並利用數值模擬討論在不同專案完工時間要求下之最佳趕工成本與作業趕工策略。綜言之，本研究可視為一具價值之決策支援工具，因其可根據不同專案情境企業僅需對模式進行簡單的修正，即可快速取得最適解。

關鍵字：專案管理、趕工成本，計畫評核術、要徑法、Lingo 9.0

通訊作者：戴筱蓁

Email: flower52011@yahoo.com.tw

Optimal Nonlinear Cost for Project

Chun-Hsiung Lan

Professor, Master (Ph.D) Program in Management Sciences, Department of Business Administration, Nanhua University.

Hsiao-Chen Tai

Doctoral student, Master (Ph.D) Program in Management Sciences, Department of Business Administration, Nanhua University.

Chung-Fu Chang

Doctoral student, Master (Ph.D) Program in Management Sciences, Department of Business Administration, Nanhua University.

Abstract

This paper is mainly aimed to investigate the crashing time and crashing cost of a complicated project for considering the reduction of the time of activities to meet the customer needs as well as to achieve the cost optimality. This study construct the crashing problem of the project to be an Integer Nonlinear Programming (INLP) problem because the crashing cost of each activity is treated as the nonlinear function of the reduction time of each activity. Therefore, this study is focused on the optimal crashing cost under the necessity of finished time of the project for the customer.

The Program Evaluation & Review Technique, PERT, and the Critical Path method, CPM, are mainly applied in this paper. The nonlinear relationship between the amount of reduction time of each activity and the crashing cost of each reduction time unit are considered in this study. Thus, the crashing problem of the project is extended to the more practical situation. A nonlinear mathematical model proposed in this paper to meet the entire practical needs of the project is constructed by the syntax of Lingo 9.0 packaged software, and the built-in “global solver” is then selected as the tool for achieving the global optimum solution. A numerical example to execute the program simulation of the different finished time of the project, and the optimal crashing cost as well as the reduction strategy of each activity are also discussed. Actually, this study can be regarded as a valuable decision support tool because it can easily duplicate to solve other project cases by slight changes of the syntax in the main model only.

Keyword: project management, crashing cost Program Evaluation & Review Technique, Critical Path method, CPM, Lingo 9.0

壹、前言

近年來，由於科技迅速發展，已由傳統的工業化時代進步到科技化時代。然而日新月異的現今，當企業面臨許多的競爭情況下，如何讓企業屹立不搖是企業一直努力的目標。而爲了提高競爭力與面對未來不確定性的嚴峻挑戰，要避免因專案排程產生延遲完工導致企業與客戶之間的糾紛，使企業需支付較多的風險和資源浪費，甚至造成巨大的損失。故企業對客戶要依約定準時完工的條件是不容忽視的問題。同時，企業也要求其支付的成本極小化，進而達到企業的永續經營的目標。

專案管理方法是網路計畫的一種技術，計算每項作業最早開始時間及最早完成時間，分配該工作站寬裕時間，確認作業耗費最長的作業時間。而有效率專案控制關鍵在於監測實際進度並定期與計畫進度相比較，是否需要立即採取趕工行動。專案排程趕工問題的發生原因可分爲兩大類，一類是直接由工程進度落後所導致，另外一類則是非由工程進度落後因素所導致，確定排程之時間成本權衡問題求解方法中，啓發式解法僅適用於小型專案，以經驗法則爲基礎，且只能求出合理解，而非最佳或近似最佳解。

有關專案管理的問題，一直以來都有許多學者不斷的研究與討論。傅和彥（2005）指出在有限的時間內計畫完成特定的作業爲目標即是專案。專案常常遷入到可觀的成本與冗長的時間，是故專案完成時間的討論必須加強管理的地方。學者 Chen and Askin（2009）提及專案管理有許多的替代項目，如開發新的產品或開發新的技術、增加產品數量與升級，並在資源有限下完成每一項作業，以創造最大利潤。另外 Chen and Askin（2009）還毅亦指出在專案排程下，以利潤最大極限的減少時間來計算專案的完工時間。Brucker *et al.*（1999）和 Kolisch and Hartmann（2006）提出固定完工時間因受資源限制下所產生，而作業調度乃是由單一項目來完成。而潘南飛與黃冠智（2004）在其研究中指出，專案排程規劃是以各作業所需時間的估計值爲基礎，作業所需時間估計的正確與否將決定於一個排程規劃的準確性。綜上可知，一直以來學術上均有許多學者投入專案排程之相關研究中，因此企業在面臨眾多複雜問題時，專案管理將佔有一席重要的地位。陳銘崑與許世朋（2004）亦在研究中指出，專案管理中常發生的三種實際問題列述如下：(1)專案完成不準時；(2)專案之經費超出預算；(3)專案計畫中所制定之事項遭修減等三項問題，而尤以專案完成不準時中的預期完工縮減最爲引發眾多討論，因此本研究擬針對專案完成不準時(即目標改變)這項問題進行討論。

在競爭激烈環境下，專案管理在目前情況下日趨重要，專案不能如期完成將會是企業競爭的一大威脅，除此之外，仍必須考慮成本與資源的損失。因此，專案管理是現今廣泛探討的問題。自從 1950 年代末期，要徑法(Critical Path Method, CPM)及計劃評核術(Program Evaluation and Review Technique, PERT)被發展出

來以後，兩者常被使用於大型專案的規劃與完工時間之估算。傅和彥（2005）指出 PERT 來自於美國海軍為使專案極為大的北極星飛彈專案如期完成，運用了 PERT 使大型專案準時完成。Hiller 和 Lieberman（1990）討論要徑法（CPM）利用網路圖計畫每一項作業先後順序的方法其目的在於求出主要路徑，作為資源運用與管理之用途，並了解各計畫中的規劃與排程的相關作業。Taha（1992）指出在必須依次序決定前後的關係作業，則某些作業要在前項作業完成後才能開始作業。Azaron 與 Tavakkoli-Moghaddam（2007）提及要徑法（CPM）的技術在處理大型專案已被公認是為良好的規劃方式。而在傳統的成本分析上，專案管理主要目的是藉由各項作業現有的資源限制條件下安排一個作業的確定可承擔的時間。在作業生產期間，可用資源與時間的關係常被視為一種函數的關係。另外，不同的資源組合都有不同的成本，所以時間與成本間的關係也可對應出一項函數關係。例如，使用更多的生產設備或僱用更多的工人可以節省時間，但相對地其直接成本可能會有非線性遞增的情形。

Abbasi 與 Mukattash（2001）在其文章中討論到 PERT 是一個環與一個環的連接指示圖，並且有效的運用在大型複雜作業的規劃和控制上。近年來，許多國家把 PERT 中的作業時間以函數來表示，主要是因為大多的 PERT 中的作業時間是難以估算的。在現實環境中，有許多的 PERT 結構運用在大型專案中。因此，Amir Azaron 與 Reza Tavakkoli-Moghaddam（2007）在其研究中討論到儘管 PERT 在每一作業中都是單獨的行為，然而作業完工時間卻都是隨機的，可惜是它們卻不能獨立分析。

現實生活中，每一專案都會有相互衝突的地方，然而在資源有限情況下，為避免減少衝突造成的不必要損失，專案必須設法如期完成，在有條件限制下，尋找其最大利潤的規劃。

學者林金面（2002）提出工程進度一旦落後，則必須擬定趕工計畫，加緊趕工追趕進度，才能達到進度之要求。一般工程在趕工情形下，成本將急速增加，其原因如下：1.採用與施工量不成比例之付款方式，如加班費、獎金。2.消耗性材料之使用量與施工量不成比例。3.材料之調度與施工量之急增不能配合，造成人力、機具空閒或增加材料單價。4.趕工作業效率差，例如體力透支、夜間施工視線不良。5.配合趕工增加機具設備。Kelly（1961）提出作業的趕工時間與成本為線性關係，以要徑法配合線性規劃求解趕工時間成本，並用於作業時間與時間成本間的線性關係。Yau 與 Ritchie（1990）指出完善的趕工排程方法應包含對資源的有效利用計畫、需滿足預定的完工時間限制及具備多種可供專案管理人員彈性選擇方案等三種條件。依據上述種種說明，有關時間與成本間的關係若以線性關係描述常與實務狀況不合，因此本研究對趕工的時間成本以非線性的函數加以設計討論以符合實務現況。由於非線性趕工成本的加入考量，使模式由一般線性規劃模式轉變成非線性規劃模式，再加上部分整數變數的要求使模式轉換成 Integer Nonlinear Programming (INLP) 的模式。由於 INLP 模式複雜度可觀，本研究中藉由 Lingo9.0 extended version 套裝軟體語法進行模式建構，使這項複雜的

INLP 模式落實，並藉由軟體內建之 Global Solver 進行求解，並確保最佳解的取得。

貳、符號說明

一、符號介紹：

i ：作業編號， $i=1,2,\dots,n$ ；其中 n 代表作業總數。

(i, j) ： i 與 j 均為作業編號，而 (i, j) 表示 j 作業為 i 作業完成後的下一個需執行的作業。

K_i ： i 作業趕工成本。

M_i ： i 作業最大可縮短時間。

T_i ：不考慮趕工下的 i 作業正常進行所需時間。

X_i ： X_i 代表專案開始時間（即時間 0）至執行完成 i 作業所需的時間。

ES_i ： i 作業在趕工考量下的最早開工時間。

EF_i ： i 作業在趕工考量下的最早完工時間。

LS_i ： i 作業在趕工考量下的最晚開工時間。

LF_i ： i 作業在趕工考量下的最晚完工時間。

EES_i ： i 作業在非趕工考量下的最早開工時間。

EEF_i ： i 作業在非趕工考量下的最早完工時間。

LLS_i ： i 作業在非趕工考量下的最晚開工時間。

LLF_i ： i 作業在非趕工考量下的最晚完工時間。

$LTASK$ ： i 專案的總作業個數。

二、決策變數：

Y_i ： i 作業在趕工考量下所縮短時間。

$Z_i (Y_i)$ ： i 作業趕工考量下的單位時間趕工成本，其中 $Z_i (\cdot)$ 為 Y_i 的函數，

亦即 $Z_i (\cdot)$ 與 Y_i 的值有關。

參、模式架構

本研究擬以探討專案管理的排程規劃問題。根據上節所介紹的參數與變數，以下將以數學規劃方式，建構一個以成本極小化為目標之最佳專案管理排程模型。

$$\min \sum_i Z_i(Y_i) \times Y_i$$

(1)

s.t.

$$ES_i = EES_i = 0 \quad \forall i = Initialization$$

(2)

$$EES_j = \max\{(i, j) | EEF_i \quad \forall i \neq Initialization\}$$

(3)

$$ES_j = \max\{(i, j) | ES_i + T_i - Y_i \quad \forall i \neq Initialization\}$$

(4)

$$EEF_i = EES_i + T_i \quad \forall i$$

(5)

$$LLF_i = LLS_i + T_i \quad \forall i$$

(6)

$$LLF_i = \min\{(i, j) | LLS_j \quad \forall i \neq LTASK\}$$

(7)

$$X_j \geq \begin{cases} T_j - Y_j, & \text{if } j = Initialization \\ X_i + T_j - Y_j & \forall (i, j) \text{ and } j \neq Initialization \end{cases}$$

(8)

$$LS_i = \begin{cases} EF(LTASK) - T_i + Y_i, & \text{if } i = LTASK \\ \min\{(i, j) | LS_j - T_i + Y_i, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(9)

$$LLF(LTASK) = EEF(LTASK)$$

(10)

$$LF(LTASK) = EF(LTASK) = X(LTASK)$$

(11)

$$\sum Y_i \geq LLF(LTASK) - X(LTASK)$$

(12)

$$LF_i = LS_i + T_i - Y_i \quad \forall i$$

(13)

$$EF_i = ES_i + T_i - Y_i \quad \forall i$$

(14)

$$Y_i \leq M_i \quad \forall i$$

(15)

$$ES_i, Y_i, LS_i \geq 0 \quad \text{且爲整數} \quad (16)$$

方程式(1)中 $Z_i(Y_i) \cdot Y_i$ 可表示 i 作業在趕工可縮短時間考量下的趕工成本。式(1)爲本模式之目標函數式，本研究追求總趕工成本最小化爲主要目標。式(2)中 $ES_i = EES_i = 0 \quad \forall i = Initialization$ 表示初始作業在趕工與未趕工考量下的最早開工時間均爲零。式(3)中

$EES_j = \max\{(i, j) | EEF_i \quad \forall i \neq Initialization\}$ 表示未考量趕工下作業 j (此作業不爲初始作業) 的最早開工時間爲其所有前作業 i 中擁有最大最早完工時間者。式(4)中 $ES_j = \max\{(i, j) | ES_i + T_i - Y_i \quad \forall i \neq Initialization\}$ 表示作業 j (此作業不爲初始作業) 在趕工考量下，所有前作業 i 中擁有最大最早完工時間者爲 j 作業的最早開工時間。式(5)表示作業 i 在未趕工考量下之最早完工時間等於該作業的最早開工時間加上作業所需時間。式(6) $LLF_i = LLS_i + T_i \quad \forall i$ 代表作業 i 在未趕工考量下之最晚完工時間等於該作業的最晚開工時間加上作業所需時間。式(7) $LLF_i = \min\{(i, j) | LLS_j \quad \forall i \neq LTASK\}$ 代表作業 i (此作業非終作業) 在未趕工考量下，所有後作業 j 中選擇擁有最小最晚開工時間者爲 i 作業之最晚完工時間。式(8)代表在趕工考量下作業 j 的完工時間(此時間由專案開始即加以計算)。式(9)代表專案中各作業 i 在趕工考量下的最晚開工時間運算式。式(10) $LLF(LTASK) = EEF(LTASK)$ 代表終作業($i = LTASK$)時不考慮趕工下的最晚完工時間會等於最早完工時間。

式(11) $LF(LTASK) = EF(LTASK) = X(LTASK)$ 表示終作業($i = LTASK$)在考量趕工時，其最晚完工時間、最早完工時間及考量趕工下的作業完成時間三者均會相等。式(12) $\sum Y_i \geq LLF(LTASK) - X(LTASK)$ 所有專案中各作業縮短時間的總和要大於等於專案的整體縮短時間。式(13) $LF_i = LS_i + T_i - Y_i$ 表示作業 i 在趕工考量下的最晚完工時間運算式。式(14) $EF_i = ES_i + T_i - Y_i$ 表示作業 i 在趕工考量下的最早完工時間運算式。式(15) $Y_i \leq M_i$ 表示作業 i 趕工時間不得大於 i 作業的最大可容許趕工時間。式(16) ES_i, Y_i, LS_i 爲非負且爲整數之限制式。綜上述各式可知，本模式乃屬於一整數非線性規劃(INLP)問題。

肆、數值範例與模擬分析

本研究係以一個擁有 34 個作業之大型專案爲研究對象，其目的是能提高該模型模擬的真實度，以下是本研究模擬數據之專案作業時間與成本。

表 1 專案作業表

作業編碼 Y(i)	前置作業	正常時間	最大趕工 時間	初期趕工 成本	急迫趕工 成本
1	-	63	0	0	0
2	-	19	12	13.46	15
3	1	80	0	0	0
4	2、3	24	19	70.72	75
5	2、3	20	10	85.23	90
6	2、3	31	17	58.82	65
7	4	19	3	76.39	80
8	5	3	0	0	0
9	2、3	10	3	90.28	95
10	9	10	1	114.58	120
11	2、3	1	0	0	0
12	2、3	26	8	78.70	95
13	10、11	2	1	15.63	20
14	13	31	3	118.06	120
15	2、3	5	2	54.69	60
16	15	1	0	0	0
17	16	2	0	0	0
18	2、3	15	0	0	0
19	2、3	5	0	0	0
20	18	8	0	0	0
21	19	6	0	0	0
22	2、3	23	0	0	0
23	2、3	57	6	109.38	115
24	23	15	1	83.33	90
25	21	3	0	0	0
26	25	5	0	0	0
27	22、24	12	12	62.50	65
28	22、24	63	34	89.15	95
29	28	4	2	93.75	100
30	6、7、8	2	0	0	
31	12、14、 30	13	8	41.02	50

32	17、20、 31	14	13	40.18	45
33	20、26、 32	36	16	50.78	60
34	27、29、 33	434	0	0	0

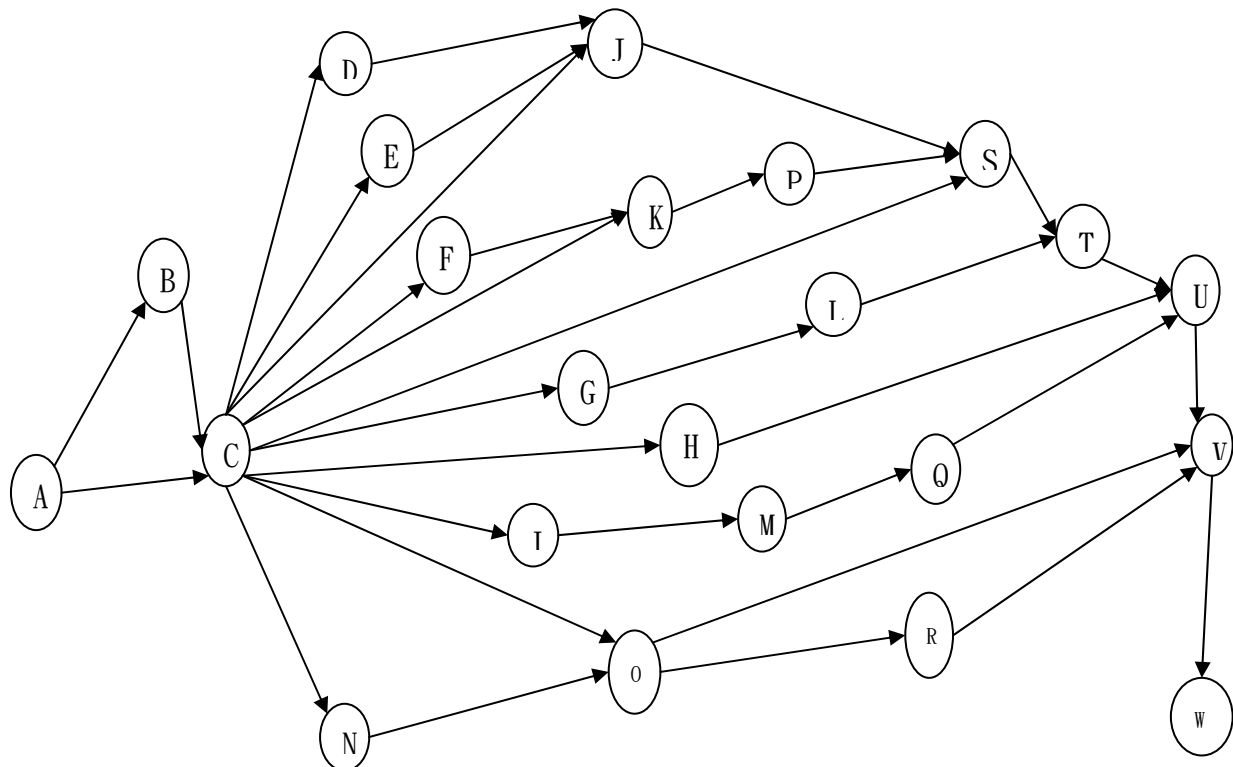


圖 1 專案網路圖

藉由探討個案專案進行實例分析與討論，專案模式由軟體分析所得之結果，本專案的最早完工時間為 759 單位時間，而專案中的未涉及趕工時所求得的 1-3-23-24-28-29-34 為本專案之最長路徑及本專案之要徑，換言之，也就是一般情況下為討論趕工時的專案實際最早完工時間。當縮短預訂工期的政策條件下達時，因趕工會造成專案要徑的部分作業時間改變，而這樣的改變會促使專案中的其他路徑在縮短完工時間的因素下，會與原先的要徑同時變為該專案中的最長路徑。換言之，除了原先的要徑(Critical Path)外，專案將會出現另外一條要徑。透過實例個案分析得出實際最早完工時間 759 單位，且本研究將預訂完工時間由 759 逐步進行減少，而有關完工時間逐漸減少時最佳趕工成本與要徑變化情形將於下列表格中進行詳細討論。

表 2 專案趕工成本

完工時間	縮短時間	趕工成本	效益分析	工作站縮減時間 Y(i)							
759	0	0.00	0.0000								
758	1	83.33	0.0240			24=1					
757	2	172.48	0.0174			24=1	28=1				
756	3	261.63	0.0153			24=1	28=2				
755	4	350.78	0.0143			24=1	28=3				
754	5	439.93	0.0136			24=1	28=4				
753	6	529.08	0.0132			24=1	28=5				
752	7	622.83	0.0128			24=1	28=5	29=1			
751	8	716.58	0.0126			24=1	28=5	29=2			
750	9	825.96	0.0121		23=1	24=1	28=5	29=2			
749	10	935.34	0.0118		23=2	24=1	28=5	29=2			
748	11	1030.83	0.0116			24=1	28=8	29=2			
747	12	1125.83	0.0115			24=1	28=9	29=2			
746	13	1220.83	0.0115			24=1	28=10	29=2			
745	14	1315.83	0.0114			24=1	28=11	29=2			
744	15	1410.83	0.0113			24=1	28=12	29=2			
743	17	1546.01	0.0110			24=1	28=13	29=2		32=1	
742	19	1681.19	0.0107			24=1	28=14	29=2		32=2	
741	21	1816.37	0.0105			24=1	28=15	29=2		32=3	
740	23	1951.55	0.0102			24=1	28=16	29=2		32=4	
739	25	2086.73	0.0101			24=1	28=17	29=2		32=5	
738	27	2222.75	0.0099			24=1	28=18	29=2	31=1	32=5	
737	29	2358.77	0.0098			24=1	28=19	29=2	31=2	32=5	
736	31	2494.79	0.0096			24=1	28=20	29=2	31=3	32=5	
735	33	2630.81	0.0095			24=1	28=21	29=2	31=4	32=5	
734	35	2766.83	0.0094			24=1	28=22	29=2	31=5	32=5	
733	37	2912.61	0.0093			24=1	28=23	29=2	31=5	32=5	33=1
732	39	3058.39	0.0092			24=1	28=24	29=2	31=5	32=5	33=2
731	41	3204.17	0.0091			24=1	28=25	29=2	31=5	32=5	33=3
730	43	3349.95	0.0090			24=1	28=26	29=2	31=5	32=5	33=4

729	45	3490.93	0.0089			24=1	28=27	29=2	31=5	32=10	
728	47	3630.93	0.0088			24=1	28=28	29=2	31=5	32=11	
727	49	3770.93	0.0088			24=1	28=29	29=2	31=5	32=12	
726	51	3910.93	0.0087			24=1	28=30	29=2	31=5	32=13	
725	53	4056.71	0.0086			24=1	28=31	29=2	31=5	32=13	33=1
724	55	4202.49	0.0086			24=1	28=32	29=2	31=5	32=13	33=2
723	57	4348.27	0.0085			24=1	28=33	29=2	31=5	32=13	33=3
722	59	4494.05	0.0085			24=1	28=34	29=2	31=5	32=13	33=4
721	61	4654.21	0.0084		23=1	24=1	28=34	29=2	31=5	32=13	33=5
720	63	4834.31	0.0083	4=1	23=2	24=1	28=34	29=2	31=5	32=13	33=5
719	65	5014.41	0.0082	4=2	23=3	24=1	28=34	29=2	31=5	32=13	33=5
718	67	5177.25	0.0081		23=4	24=1	28=34	29=2	31=8	32=13	33=5
717	69	5357.35	0.0080	4=1	23=5	24=1	28=34	29=2	31=8	32=13	33=5
716	71	5571.17	0.0079	4=2	23=6	24=1	28=34	29=2	31=8	32=13	33=5

由上表觀察得知，完工時間 759 下降至 744 單位時間，最長路徑在未涉及趕工時間時的路徑 1-3-23-24-28-29-34，最早完工時間為 759 單位時間。最長路徑工作站為主要縮減工作時間，並由單位趕工成本最低的工作站先行縮短工作所需時間。在 743 下降至 716 單位時間，觀察因趕工會造成專案要徑部分作業時間改變，當另一條要路徑 1-3-4-7-30-31-32-33-34 完工時間與主要路徑時間相同時，因此這兩條路徑會因趕工時間，會同時縮減其要徑上之作業時間以達成縮短工期之任務，而一直到完工工期時間縮短到 716 時，原本最先的要徑可縮減的工作時間已達極限且無縮減空間了。因此，且該路徑之工作站可縮減時間已用完，無可縮減工作時間，所以 716 為該範例最大趕工任務極限值。因此對於整體專案而言，716 單位時間以下已無法在進行工期縮短之任務，此即 716 單位時間即為專案的最大趕工極限時間。

● 趕工成本非線性整數規劃

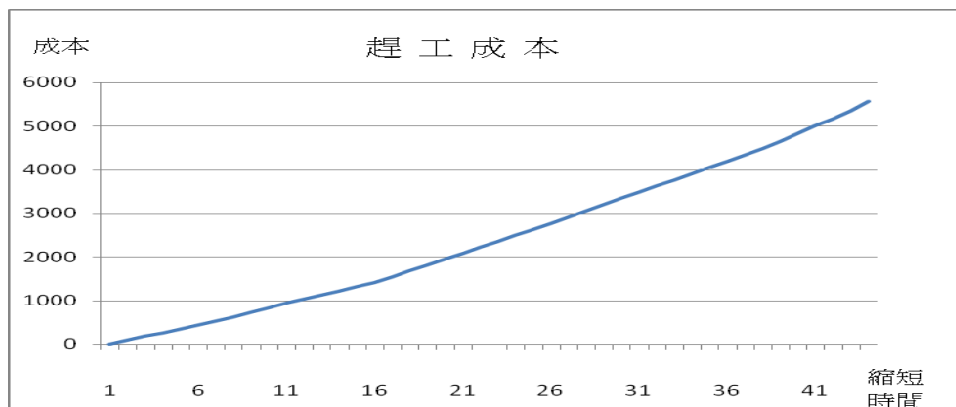


圖 2 專案趕工成本

一般來說，線性規劃模式只能解決一些較簡單的專案模型，但對於有關非線性整數規劃這類的複雜問題是需建立模式以更高階的軟體來進行求解的。近年來，由於電腦、電子計算機的科技日新月異，已漸能應付更大更複雜的問題。於是，便有許多研究學者藉由現今電腦強大快速的運算能力，發展出一般性最佳化的演算法，來處理具龐大且高度的非線性限制條件下的非線性最佳解問題。本文研究個案將探討趕工成本為階梯函數的情況，在某縮短作業時，作業趕工成本隨縮短時間的不同進入不同的單位成本階段。再者由於資源分配數量的不同，相對造成時間成本亦有所不同。縮短時間的數量增加某個程度，當要更進一步的縮短時間，必然會增加單位趕工成本，因上述原因，本研究以非線性間斷型函數階梯函數作為各作業之趕工成本函數。這種非線性函數的加入使整體模式的難度向上提昇，而值得慶幸的是由於Lingo 9.0 extended version 的強大運算能力使得此類繁複的問題得以順利求解。當完工時間為748單位時間時，要徑為1-3-23-24-28-29-34，縮短作業工時的工作站為Y(24)縮短1天、Y(28)縮短8天、Y(29)縮短2天，總作業時間縮短計11天，而趕工所需的成本為984.03元，因作業縮短時間Y(28)縮短超過5天符合急迫性趕工成本，所以單位成本由原本K(28)89.15元單位成本轉換為R(28)95元單位成本，轉換後的趕工成本為1030.83元，以下的過程皆如此做判別。因數學模型的解法優點在於其求出來的解具有最佳化的性質，數學模型建構過程複雜且求解過程所需大量計算，所以複雜性的專案排程進行權衡時間成本分析時皆使用數學模式進行求解。有關成本的控制常是企業成功的關鍵所在，時間成本取舍在決定是否急迫性的專案能在預定的時間完成，並使投入的成本最小化。所以決策者得知專案最大的趕工時間，並藉由專案最大的趕工時間來衡量制訂作業趕工的策略時間，透過趕工策略在內時間完成大型專案作業時間。

● PERT、CPM 專案最大可縮短時間

而企業決策者透過趕工成本的運算，分析因趕工縮短作業時間的成本增加是否符合企業經濟效益，且每工作站資源規劃並不同，而工作資源需求增加成本也亦因增加其成本，基於作業時程基礎成本能提供趕工與涉及未趕工的衡量數據，專案管理決策者可透過此項資訊，計算各項作業的實際成本及趕工成本，比較並揭示兩者之間的差異性與需求性，提供成本管理的基礎，透過成本控制數據制訂決策目標。工作排程實際最早完工時間，是由各路徑分析求出最長完工時間為最佳解，並說明趕工導致縮減工作站單位時間，並且以最佳路徑工作站為主要縮減對象，下表格中說明完工時間的遞減，要徑作業時間縮減變化的過程。

表 3 專案趕工時間

完 工	要 徑 工	要 徑 A						要 徑 B								作 業 總		
		1	3	23	24	28	29	34	1	3	4	7	30	31	32		33	34

時間	作站																	
	最大趕工時間	0	0	6	1	34	2	0	0	0	19	3	0	8	13	16	0	
759	縮短時間																	0
758	縮短時間				-1													1
757	縮短時間				-1	-1												2
756	縮短時間				-1	-2												3
755	縮短時間				-1	-3												4
754	縮短時間				-1	-4												5
753	縮短時間				-1	-5												6
752	縮				-1	-5	-1											7

	短時間																
751	縮短時間			-1	-5	-2											8
750	縮短時間		-1	-1	-5	-2											9
749	縮短時間		-2	-1	-5	-2											10
748	縮短時間			-1	-8	-2											11
747	縮短時間			-1	-9	-2											12
746	縮短時間			-1	-10	-2											13
745	縮短時間			-1	-11	-2											14
744	縮短時間			-1	-12	-2											15
743	縮短			-1	-13	-2							-1				17

	時間																	
742	縮短時間			-1	-14	-2								-2				19
741	縮短時間			-1	-15	-2								-3				21
740	縮短時間			-1	-16	-2								-4				23
739	縮短時間			-1	-17	-2								-5				25
738	縮短時間			-1	-18	-2							-1	-5				27
737	縮短時間			-1	-19	-2							-2	-5				29
736	縮短時間			-1	-20	-2							-3	-5				31
735	縮短時間			-1	-21	-2							-4	-5				33
734	縮短時			-1	-22	-2							-5	-5				35

733	縮短時間				-1	-23	-2							-5	-5	-1			37
732	縮短時間				-1	-24	-2							-5	-5	-2			39
731	縮短時間				-1	25	-2							-5	-5	-3			41
730	縮短時間				-1	26	-2							-5	-5	-4			43
729	縮短時間				-1	-27	-2							-5	-10				45
728	縮短時間				-1	-28	-2							-5	-11				47
727	縮短時間				-1	-29	-2							-5	-12				49
726	縮短時間				-1	-30	-2							-5	-13				51
725	縮短時間				-1	-31	-2							-5	-13	-1			53

724	縮短時間				-1	-32	-2							-5	-13	-2		55
723	縮短時間				-1	-33	-2							-5	-13	-3		57
722	縮短時間				-1	-34	-2							-5	-13	-4		59
721	縮短時間			-1	-1	-34	-2							-5	-13	-5		61
720	縮短時間			-2	-1	-34	-2			-1				-5	-13	-5		63
719	縮短時間			-3	-1	-34	-2			-2				-5	-13	-5		65
718	縮短時間			-4	-1	-34	-2							-5	-13	-5		67
717	縮短時間			-5	-1	-34	-2			-1				-5	-13	-5		69
716	縮短時間			-6	-1	-34	-2			-2				-5	-13	-5		71

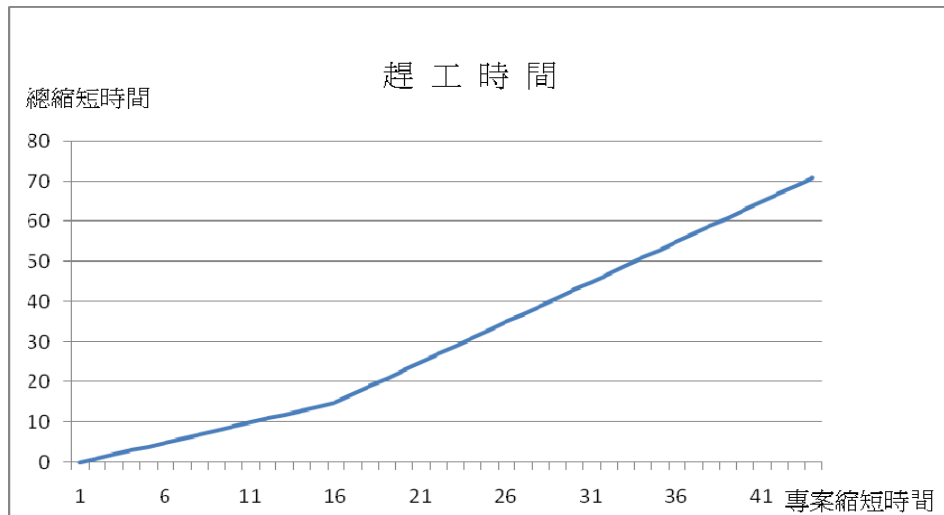


圖 3 專案趕工時間

由範例說明，當預定完工時間為 743 單位時間時，由原本一條要徑增加成共兩條要徑，且兩條要徑分別為 (A) 1-3-23-24-28-29-34 與 (B) 1-3-4-7-30-31-32-33-34，而其趕工成本為 1546.01 元。在預定完工時間 743 單位時作業 24 縮短 1 天、作業 28 縮短 13 天、作業 29 縮短 2 天、作業 32 縮短 1 天，總作業時間縮短為 17 單位時間，而其中作業 32 為第二條要徑上的作業。為了達成趕工時間的縮短，結果說明因涉及趕工所需縮減總作業時間，必須是以專案要徑上的作業為主要縮減作業時間的對象，其目的達到趕工目標時間。若用數學模式表達線性變化的關係說明，759 至 716 完工時間為線性關係時區(見圖三)這時區主要分為兩個階段，M1 為第一階段範圍由完工時間 759 下降至 744 間，M2 為第二階段範圍由完工時間為 743 下降至 716 間。再上述階段範圍得知各階段的最長要徑結果分別為，M1 階段時期作業的縮短時間只對唯一的要徑 1-3-23-24-28-29-34 進行縮減，而 M2 階段時期作業的縮短時間兩條要徑分別為 1-3-4-7-30-31-32-33-34 與 1-3-23-24-28-29-34 施行同步縮減。再者，M1 區間與 M2 區間的關係可由斜率的變化量來進行說明，M2 區間是需要由兩條要徑同時縮減作業時間才能達成專案完工時間的縮減，這也就說明為何 M2 的斜率變動量是 M1 斜率兩倍 ($2M1 = M2$)。正因 M2 的斜率是 M1 的兩倍，因此在區間轉換時造成了轉折的現象。

接著分析說明透過趕工縮減作業時數的方式：首先在第一階段主要是以單一要徑工作時數的縮減，接著當主要徑已進行 16 個小時的趕工縮減後，此時專案的要徑將不再只有一條，而有第二條要徑出現。此時若專案欲再進行整體時數的縮減，則必須同時將這兩條要徑同步進行縮短 1 單位才可達到專案完工時間縮減 1 單位，因同時縮短時間之故，相對地加速了縮減作業時間導致趕工成本的增加。專案完工時間為 716 單位時間時要徑上之各作業均已無可縮短時間時，因主要要徑上作業時間已無可縮減空間，導致趕工縮短時間將無法繼續，所以 716 單位時間為該範例為趕工最大極限值。

● 各縮短時間最佳趕工成本與成本效益分析

生產最終的目的與銷售一樣要有合理的利潤，因此作業規劃的制定一定要考慮成本效能才能達到經濟效益，探討趕工造成增加縮減作業時間的成本乃是當務之急，因此本研究以每單位縮短時間所需要成本為計算基礎，進行以下的成本效益分析。

表 4 專案成本效益分析

完工時間	趕工成本	效益分析	完工時間	趕工成本	效益分析
759	0.00	0.0000	737	2358.77	0.0093
758	83.33	0.0120	736	2494.79	0.0092
757	172.48	0.0116	735	2630.81	0.0091
756	261.63	0.0115	734	2766.83	0.0090
755	350.78	0.0114	733	2912.61	0.0089
754	439.93	0.0114	732	3058.39	0.0088
753	529.08	0.0113	731	3204.17	0.0087
752	622.83	0.0112	730	3349.95	0.0087
751	716.58	0.0112	729	3490.93	0.0086
750	825.96	0.0109	728	3630.93	0.0085
749	935.34	0.0107	727	3770.93	0.0085
748	1030.83	0.0107	726	3910.93	0.0084
747	1125.83	0.0107	725	4056.71	0.0084
746	1220.83	0.0106	724	4202.49	0.0083
745	1315.83	0.0106	723	4348.27	0.0083
744	1410.83	0.0106	722	4494.05	0.0082
743	1546.01	0.0103	721	4654.21	0.0082
742	1681.19	0.0101	720	4834.31	0.0081
741	1816.37	0.0099	719	5014.41	0.0080
740	1951.55	0.0097	718	5177.25	0.0079
739	2086.73	0.0096	717	5357.35	0.0078
738	2222.75	0.0094	716	5571.17	0.0077

圖四為成本效益分布圖，而成本效益分布圖的縱座標是時間除以成本，表示每單位成本的投入可對趕工時間反應的效能，換言之，所投入的一單位成本可得到縮短一單位趕工時間的效益。橫座標為該時間縮減並不等於各作業時間縮短之總和，而各作業縮短時間是配合整體作業流程進行縮減，使整體趕工時間能符合目標趕工時間而所做的改變。本研究範例顯示隨著趕工縮短時間的增加，將作業流程時間縮短會使投入成本增加，使整體圖形曲線有向下的趨勢，表示因專案完

工時間的縮減，會使投入成本的經濟效益是變差的。當趕工任務下達，為了執行達成最早完工時間任務，將使各作業時間縮短作業時間，因此產生成本的變動，然而趕工成本所得到多少時間的效益可由圖表表示，圖形並且可分為幾個階段來討論，以下將進行詳細討論。

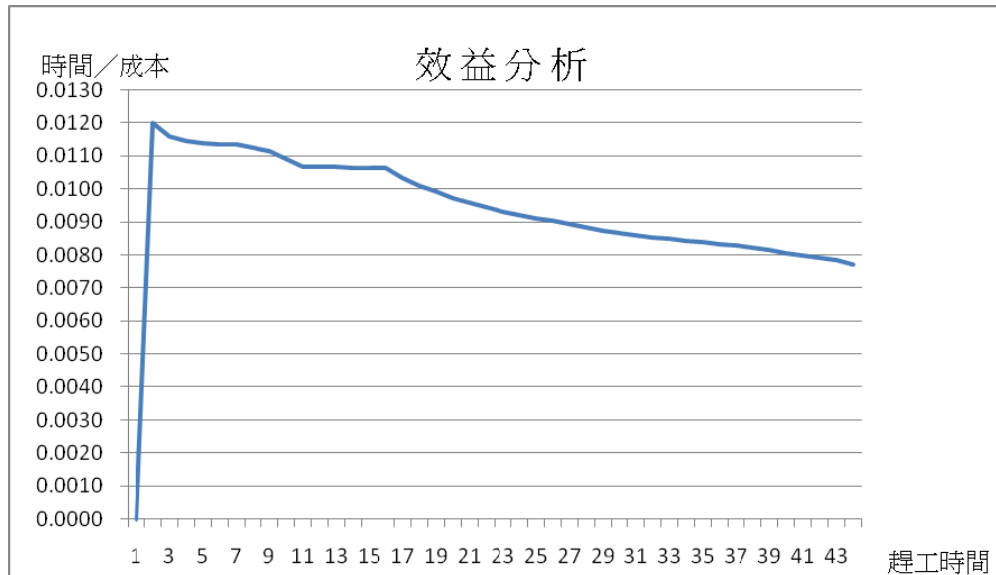


圖 4 專案成本效益分析

本研究是以趕工成本最佳化衡量，因此在計算過程中會自動判別需要縮減那一個作業的作業時間，其主要目的是為達到趕工成本最佳化。剛開始趕工初期縮短時間所產生的投入成本得到的效益，由原本較高效益逐漸下降，說明剛開始趕工所要投入的成本經濟效益較高，但是當最早完工時間的減少，會增加作業縮短的時間。由圖形解釋，當最早完工時間 748 時，要徑 A 中的作業 28 的作業時間縮短大於 5 個單位時間，所以成本是以急迫趕工的成本計算，不是以初期趕工的成本計算，而其他的作業時間的單位趕工成本均大於作業 28 的急迫趕工成本，所以在成本最小化的考量下，較高單位成本的作業是未列入縮減目標的。此外作業 24 及作業 29 的兩個作業時間已無可縮短時數，因此只能縮短作業 28 的作業時間以達成最早完工時間的任務。749 至 744 專案完工時間，在這段期間並無成本較大的作業時間加以縮減，因此作業時間縮短成本的變化不大，所以使得效益分析曲線趨於平緩。當趕工時間 743 時專案要徑由 1 條轉變成兩條要徑同時縮減作業時間，使作業時間縮短總時數增加，作業時間縮減數量增加相對地造成趕工成本增加卻會使成本效益遞減。圖三中亦發現由於專案完工時間的遞減，使得要徑增成兩條要徑，作業時間縮短時間和的數量增加，且縮短時間的作業趕工成本增加，所得到投入成本轉換成趕工時間的效益不高，所以使效益分析曲線產生向下滑的現象。如此一來經濟效益由高開始遞減，表示為達成趕工目的會導致經濟效益遞減的狀況，將使往後趕工時間逐漸遞減時其成本效益也會逐漸降低。

伍、結論

在現今科技發展迅速的環境下，大型專案工程的完工時間預估和趕工目標最佳化常常會因為專案過於龐大，作業關聯性過於繁複，而難以估算。因此藉助於電腦進行專案的輔助判斷是現今十分盛行的現象。然而現在企業常處於高度競爭的商業環境下，因此時間與投入的成本和產出之效益常被認為是企業保持競爭力的最佳法則。雖然在過去有諸多學者提出了有關專案的研究，所考量投入的成本大都屬線性規劃的討論，而在實務上成本的考量大都屬於非線性現象的探討，因此本研究乃針對非線性趕工成本考量下的最佳專案完工規劃進行探討。

本研究考量大型專案面臨的現實情況，建立起專案作業在趕工考量下的最適作業縮短時程之選擇，以使專案趕工之總成本達到最小化。本研究主要貢獻如下：

當專案作業考量非線性趕工成本的情況下將使決策模式變成更加複雜的線性整數規劃 INLP (Integer Nonlinear Programming) 數學模型，而本 INLP 模式將更符合實務專案現況的描述。此外，本研究採用計劃評核術 (Program Evaluation and Review Technique, PERT) 與要徑法 (Critical Path Method, CPM)，針對專案評估所需的時間，使專案在所需的時間內完成，並算出大型專案之最大可縮短時間，以及各縮短時間之最佳趕工成本與成本效益分析。因此可為決策者提供出一成本預算考量下的最適趕工模式之考量。再者，本研究藉由成本效益分析探討最佳趕工成本，並說明每單位成本投入對可縮短作業完工時間的效益，且作業規劃的制定與執行必須考慮成本效益的大小才能達到最理想的經濟效益，而不是只強調縮短完工時間來造成增加作業縮減的時間成本，是必要分析涉及縮短作業時間和不縮短作業時間兩者間的取捨，在以每單位縮短時間所需的成本為計算基礎，進行策略分析以達到投入最低成本所產生的最大效益。最後，本研究透過 Lingo 9.0 extended version 套裝轉體進行專案趕工的模式建構，成功的選用該軟體內建之 Global Solver 進行全域最佳解(Global Optimum Solution)之求解。

未來研究方向可以針對專案作業在執行中途發生突發狀況時需縮短工時加以因應之動態趕工模式。因此，建議未來研究者可以針對上述現象進行動態模式的建構。此外，對於特殊設備需求下的趕工規劃以及人力有限考量下的趕工規劃等情況，也是未來研究者可考量的建模方向。

參考文獻

一、中文部分：

1. 林金面(2002)，營建管理學，文筆書局。
2. 陳銘崑與許世朋(2004) Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, Vol. 21, No. 2, pp.167-176.

3. 潘南飛與黃冠智(2004)工程科技與教育學刊 ,1(2), 173-183.
4. 傅和彥(2005), 生產與作業管理：建立產品與服務標竿第四版，前程出版事業有限公司。

二、英文部分：

1. mir Azaron and Reza Tavakkoli-Moghaddam,2007,*European Journal of Operational Research* 180, pp.1186-1200
2. rucker, P., Drexl, A., Mohring, R., Neumann, K., Pesch, E., 1999, Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods. *European Journal of Operational Research* 112 (1), pp.3-41.
3. haleb Y. Abbasi and Adnan M. Mukattash(2001) ,*International Journal of Project Management* 19, pp.181-188.
4. iller, F.S., & Lieberman, G.J. 1990,*Introduction to mathematical programming*. NY: McGrawHill Publishing Company.
5. iaqiong Chen , Ronald G. Askin ,2009, *European Journal of Operational Research* ,193, pp.23 – 34.
6. olisch, R., Hartmann, S., 2006. Experimental investigation of Heuristics for resource-constrained project scheduling: An update. *European Journal of Operational Research* 174 (1), pp.23 – 37.
7. elly, J. E., Jr. 1961. “Critical path planning and scheduling: mathematical basis.” *Operations Res.*, 9(3), pp.167-179.
8. aha, H. A. 1992. *Operation research: An introduction*, New York: Macmillan.
9. au, C., and Ritchie, E. 1990. “Project compression: A method for speeding up resource constrained projects which preserve the activity schedule.” *Eur. J. Operational Res.*, 49(1), pp.140-152