行政院國家科學委員會專題研究計畫　成果報告

多產品非線性定價

計畫類別：個別型計畫
計畫編號：NSC94-2415-H-343-001-
執行期間：94 年 08 月 01 日至 95 年 07 月 31 日
執行單位：南華大學經濟學研究所

計畫主持人：張鐸瀚

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中　華　民　國 95 年 10 月 30 日

摘 要

非負且遞增的非線性定價價目表若滿足次加性（subadditivity），將意味著高需求消費者無法藉分散消費來節省消費支出。此性質較強的充分條件為「凹性價目表（concave tariff）」，或至少價目表必須非遞增。全域最適價目表的一階條件為商品消費的邊際利益要等於該商品的邊際價格；而二階條件是消費者的利益函數比價目表還凹，或是消費者需求函數由上往下與價目表相交一次的「單交條件」能成立。在單一產品的非線性定價中「單交條件」能保證最適價目表具凹性，但在多產品非線性定價討論中這性質變的模糊且條件不明。本文以文獻中常用的非線性訂價模型－效用參數法和 Wilson（1993）的需求輪廓法－討論單交條件在單一產品模型中的性質。文中發現二種途徑的常用單交假設都能保證凹性價目表，但在多產品的討論中需要額外的產品間替代性假設。

關鍵字：需求輪廓、多產品非線性定價、單交條件

Abstract

The subadditivity of a nonnegative and increasing tariff is that the charge for several small purchases is no less than the charge for the purchase that is the sum of the smaller amount. This property prevents a high demand consumer from saving her money by dividing a large purchase into several smaller ones. A strongly sufficient condition for this property is that the tariff is concave; however, a weakly sufficient condition that it is nonincreasing as required. The necessary first-order condition for optimal nonlinear tariff is that the marginal valuation of the good equals the marginal price, and the second-order condition states that tariff is less concave than the consumer's benefit function, or alternatively, it is usually called the 'single-crossing condition' which requires that the consumer's demand function intersects the tariff from above, and only once, to ensure global optimality. In the single-product case, the single-crossing condition guarantees that the optimal tariff is concave, but the property is ambiguous in the discussion of the multiproduct case. This paper investigates how single-crossing condition affects the optimal nonlinear scheme via two methods-the conventional utility parameter method and the demand profile method proposed by Wilson (1993). The result of this paper states that two approaches can guarantee that the optimal nonlinear tariff is concave in the case of single product and it needs more conditions of substitution effect between goods for the discussion of multiproduct case.

Keywords: demand profile, multiproduct nonlinear pricing, single-crossing condition

1. 前言

日常生活中交易雙方要對交易活動的內容達成協議，如產品種類、購買數量、規格明細、品質標準、交易地點、送達時間、付費金額和收費方式等種種項目。單看購買數量和總費用（total charge）之間的關係就十分複雜，二者不一定會呈現簡單的等比例關係，試舉電信業為例：電信費率受到通話時間（尖峰或離峰）、通話距離（市話或長話）和服務內容（語音、數據或訊息諮詢）等種種因素所影響。電信業者通常會提供多樣的資費組合供用戶選擇：較高的月租費伴隨著較低廉的單價（每秒或每分為一計費單位）或是免費通話時數或是每月累計帳單超過一定金額時給予現金折扣。

檢視上述例證，我們可以歸納出一個共有的規則：產品的平均單價會受到消費者所購買的總量影響。當總費用與購買量不成等比例時，稱為「非線性定價」。非線性定價的種類繁多，如累退定價法（block-declining tariff）、兩部定價法（two-part tariff）、多部定價法（multi-part tariff）和固定費用定價法（flat-rate tariff） 等。單一產品非線性費率（nonlinear tariff）可以看成一條產品線（product line），不同的價量組合可以看成不同產品，而消費者在完全替代的產品組合間自由選擇適切的組合來消費。

非線性費率為一非負數函數且因消費數量增加而遞增，在實務上通常具有次加性（subadditive）：少量多次購買的費用不少於相同數量下一次購買的費用，也就是說大量購買將有折扣。凹性費率（concave tariff）或者說數量的邊際價格（marginal price）非遞增是保證次加性的充分條件。

1.1 單交條件與其重要性

Spence（1973）的勞動力市場訊號傳遞模型（signaling model）中簡單的將勞動力分為高生產力（高能力）與低生產力（低能力）兩類，利用教育程度作為能力的訊號。然而教育程度之所以能向雇主傳遞關於勞動能力的訊息，其中一個重要的假設是接受教育的成本與能力高低成反比，因此不同能力的人其最適的教育程度不同。此條件為模型要達到均衡的必要條件，也就是所謂的單交條件（single-crossing condition）。或稱為分離條件（sorting condition）、Spence-Mirrlees 條件。若我們繪出勞動在教育與工資間效用的無異曲線，在固定效用水準底下每增加一單位教育，因低能力勞動的教育成本較高，低能力勞動需要的工資補償較高能力勞動來得多。單交條件在圖形中的意涵即為低能力勞動的無異曲線較高能力勞動來得陡，因此不同能力的無異曲線只有一個相交點。

在非線性定價問題中，獨占廠商選擇一個非線性價目表來極大化其利潤，受限於消費者的選擇；消費者根據廠商所提供的價目表做出反應，其目的為極大化自身的效用。Laffont, Maskin and Rochet （1985）稱之為雙重極大化（double maximization）問題。單交條件的

重要性在於保證廠商在非線性定價問題中得到一個分離均衡，也就是不同類型的消費者將會選擇不同的價量組合進行消費，使得廠商能利用消費者需求不同的這項訊息來進行差別取價。綜合以上論述，我們可知單交條件的成立是非線性定價模型中一個非常重要的假設。在非性定價模型中目前主要有兩種方法：參數效用法與需求輪廓法。本文將分別從兩種方法出發，推導單交條件對結果的影響，發現兩種模型會得到一樣的結果：只有在單交條件成立時，廠商方能利用不同數量與總價格組合對消費者進行差別取價。

2. 非線性定價模型

無論參數效用法或需求輪廓法，在符號上的設定我們都將採用 Willson（1993）中使用的符號。假設市場上有一獨占廠商販售一種產品 q。消費者 t 對商品偏好殊異，以一維參數 t 表示，$t \in [0, \bar{t}]$。當消費者 t 若願意支付總費用 $P(q)$ 可購買 q 單位產品，得淨效益 $U(q,t) - P(q)$，其中符號 $U(q,t)$ 代表型態 t 的消費者使用產品 q 的毛效益。當消費者未購買任何產品時無效用，$U(0,t) = 0$。模型假設無所得效果，消費者效益可以直接用貨幣金額計算。以下我們將模型分為兩種方法進行介紹，並檢視單交條件對於結果的影響。

2.1 參數效用法

假設獨占廠商生產單一產品，生產之邊際成本 c 為不小於 0 之常數。廠商無法正確的分辨每一個消費者，只知道消費者類型 $t \in [0, T]$ 的分配 $f(t)$，與其累積分配函數 $F(t)$。消費者效用函數為

$$U = U(q,t) - P(q) \tag{1}$$

其中 $U(q,t)$ 為 t 類型消費者獲得 q 單位商品之效用，$P(q)$ 為獲得 q 單位商品所需支付之費用。廠商利潤函數為

$$p = \int_0^T [P(q(t)) - cq(t)] f(t) dt \tag{2}$$

此時廠商需面對兩個限制式，一是參與限制（individual-rationality constrains）

$$U(q,t) \geq P(q) \tag{3}$$

其隱含之意義為任何參與者在此機制下可自由選擇是否參與，也就是消費者在購買商品後的淨效用必須大於零才會參與這個市場。第二種稱為誘因限制（incentive-compatibility constraints），此限制式保證所設計的報酬使得每一個參與者會真實的透露其私人的訊息，也就是消費者消費屬於設計給自己類型的價量組合所得到的效用優於消費設計給其他類型消費者的價量組合。

$$U(q(t),t) - P(q(t)) \geq U(q(s),t) - P(q(s)) \tag{4}$$

其中 $s \neq t$，$s \in [0,t]$。現在我們將上述不等式右邊移到左邊，且令其為函數

$$g(s) = [U(q(t),t) - P(q(t))] - [U(q(s),t) - P(q(s))] \text{。} \tag{5}$$

由於我們討論的角度是由廠商利潤極大化出發，因此廠商當然會選擇 $g(s) = 0$（Varian, 1989）。也就是當 $s = t$ 時，$g(s)$ 將會達到極小值。因此將 g 對 s 微分，當 $s = t$ 將會等於 0。當

$$\left(\frac{\partial U(q(t),t)}{\partial q} - \frac{\partial P(q(t))}{\partial q} \right) \frac{dq(t)}{ds} = 0$$

也就隱含

$$\frac{\partial U(q(t),t)}{\partial q} - \frac{\partial P(q(t))}{\partial q} = 0 \tag{6}$$

接下來我們令 $V(t)$ 為 t 類消費者面對價目表 $P(\cdot)$ 時的最大效用

$$V(t) = U(q(t),t) - P(q(t)) \text{。} \tag{7}$$

在後面我們將會用到 $V(t)$ 的微分，因此將其微分結果如下

$$V'(t) = \left(\frac{\partial U(q(t),t)}{\partial q} - \frac{\partial P(q(t))}{\partial q} \right) \frac{dq}{dt} + \frac{\partial U(q(t),t)}{\partial t}$$

將第（6）式帶入可得

$$V'(t) = \frac{\partial U(q(t),t)}{\partial t} \text{。} \tag{8}$$

獨占廠商將選擇 $q(t)$ 以極大化利潤，受限於自我選擇機制。廠商利潤函數表示為第（4）式。現在我們將要把自我選擇機制放入廠商的目標函數中。因此先將（7）式做一些移項的處理

$$P(q(t)) = U(q(t),t) - V(t) \text{，}$$

將其代入廠商目標函數可得

$$p = \int_0^T [U(q(t)) - cq(t)] f(t)dt - \int_0^T V(t) f(t)dt \text{。} \tag{9}$$

最後一項無法直接計算，因此我們利用分部積分法

$$\int_0^T V(t) f(t)dt = V(t)(F(t)-1)\Big|_0^T - \int_0^T V'(t)[F(t)-1]dt \tag{10}$$

在此我們利用 $F(t)-1$ 來表示 $f(t)$ 的積分。類型參數為 0 的消費者我們將其標準化為 0，且 $F(T)=1$；因此式子右邊的第一項就被消掉了。透過分部積分法，我們得到了下式

$$\int_0^T V(t) f(t)dt = -\int_0^T V'(t)[F(t)-1]dt \text{。} \tag{11}$$

再將（8）式代入（11），即可得

$$\int_0^T V(t)f(t)dt = -\int_0^T \frac{\partial U(q(t),t)}{\partial t}[F(t)-1]dt \tag{12}$$

將（12）式的計算結果代入廠商目標函數第（9）式

$$p = \int_0^T \left\{ [U(q(t),t) - cq(t)]f(t) - \frac{\partial U(q(t),t)}{\partial t}[1-F(t)] \right\} dt \tag{13}$$

廠商欲得到利潤極大，則必須使得所有類型消費者的利潤貢獻極大。因此可知一階條件為

$$\left[\frac{\partial U(q(t),t)}{\partial q} - c\right] f(t) - \frac{\partial^2 U(q(t),t)}{\partial t \partial q}[1-F(t)] = 0$$

移項可解得 $\partial U/\partial q$ 為

$$\frac{\partial U(q(t),t)}{\partial q} = c + \frac{\partial^2 U(q(t),t)}{\partial t \partial q}\left[\frac{1-F(t)}{f(t)}\right]。 \tag{14}$$

其中 $1-F(t)/f(t) \geq 0$ 為危險率（hazard rate）。（14）式表示在自我選擇機制底下廠商利潤極大化的一階條件，其中 $\partial^2 U(q(t),t)/\partial t\partial q$ 若大於 0，即為所謂的單交條件。接下來我們要探討的是單交條件若不成立如何影響廠商利潤極大下的結果。因此（14）式右邊第二項的正負符號端看 $\partial^2 U(q(t),t)/\partial t\partial q$ 決定。若單交條件不成立，且 $\partial^2 U(q(t),t)/\partial t\partial q < 0$，則除了最高需求的消費者對商品的邊際效用等於成本之外，其餘消費者對商品的邊際價值皆低於廠商生產的邊際成本，由於我們假設廠商追求利潤極大，因此在此情況下廠商只會以邊際價格等於邊際成本 c 販賣商品給最高需求的消費者。當 $\partial^2 U(q(t),t)/\partial t\partial q = 0$ 時，無論任何類型的消費者對商品的邊際價值皆為廠商生產的邊際成本 c，因此廠商只能以邊際價格等於邊際成本 c 販賣給所有類型的消費者，而無法擷取消費者偏好的資訊以達到差別取價之目的。若單交條件成立 $\partial^2 U(q(t),t)/\partial t\partial q > 0$，則我們可知廠商會以邊際價格販賣商品給最高需求的消費者，而以高於邊際成本的價格販賣給其餘較低需求的消費者。

由以上的結果，我們知道單交條件成立才能保證廠商能夠利用自我選擇機制使得消費者透露出自身偏好的訊息，也就是廠商在單交條件成立下方能得到一個分離均衡的解，使得廠商能利用這個訊息對消費者進行差別取價。

2.2 需求輪廓法

進行非線性定價時所需的資料不同於一般的總和需求資料，我們需要未加總形式的資料以取得消費者分類資訊。不同於一般傳統均一定價的需求函數 $\overline{D}(p)$ 衡量在均一定價下所販賣的商品數目，在進行非線性訂價時我們衡量在邊際價格 p 時購買第 q 單位商品

的消費者人數 $N(p,q)$。當商品購買的增量為 x 單位時，則此商品購買增量的需求為 $N(p,q)\cdot x$。由此可知在邊際價格 p 時，增加購買第 q 單位商品的需求價格彈性為：

$$e(p,q)=-\frac{\partial N}{\partial p}\frac{p}{N}$$

Willson （1993）將函數 $N(p,q)$ 稱之為需求輪廓（demand profile）。由於需求輪廓能比需求函數提供更多消費者分類的資訊，因此在設計非線性價目表時需求輪廓為一個重要的角色。需求輪廓的兩個主要的意義為：(1) $N(p,q)$ 為在邊際價格 p 時至少購買 q 單位的消費者數目 $N(p,q)=\#\{t\mid D(p,t)\geq q\}$[1]。(2) $N(p,q)$ 為對於每第 q 單位商品，願付價格大於或等於邊際價格的消費者人數 $N(p,q)=\#\{t\mid v(q,t)\geq p\}$[2]。

我們可藉由需求輪廓來衡量廠商的利潤及消費者剩餘。購買第 q 單位商品的消費者數目為 $N(p(q),q)$，此時廠商的邊際利潤為 $p(q)-c(q)$，其中 $c(q)=C'(q)$ 為邊際成本。因此將每一個增量加總起來就可以得到廠商的總利潤：

$$R=\int_0^\infty N(p(q),q)\cdot[p(q)-c(q)]dq$$

若要衡量消費者剩餘，則我們利用上述需求輪廓第二個主要的意義：$N(p,q)$ 為對於每第 q 單位商品，願付價格大於或等於邊際價格的消費者人數。因此在邊際價格為 $p(q)$ 時購買第 q 單位商品的總消費者剩餘為：

$$CS=\int_{p(q)}^\infty[p-p(q)][-\frac{\partial N(p,q)}{\partial p}]dp=\int_{p(q)}^\infty[p-p(q)]d[-N(p,q)]=\int_{p(q)}^\infty N(p,q)dp\text{。}$$

假設類型參數為 t 的消費者購買 q 單位的效用函數為 $U(q,t)$，非線性價目表為 $P(q)$，假設函數對於類型參數 t 為遞增，因此在同樣購買數量底下類型參數越大者其淨效用越大，即 $\partial[U(q,t)-P(q)]/\partial t>0$。假設單交條件成立，因此消費數量越多淨效用函數圖形斜率也跟著增加：

$$\frac{\partial\{\partial[U(q,t)-P(q)]/\partial t\}}{\partial q}=\frac{\partial^2[U(q,t)-P(q)]}{\partial t\partial q}>0$$

以上說明了在需求輪廓法中單交條件的意含，接下來回到廠商利潤極大化問題。廠商之利潤函數為

$$R=\int_0^\infty N(p(q),q)\cdot[p(q)-c(q)]dq\text{。}$$

令 $R(p(q),q)$ 為廠商在第 q 單位增量時所得到的利潤

---

[1] 符號 # 表示集合中符合條件的數目。
[2] $v(q,t)=\partial u/\partial q$，為消費第 q 單位商品的邊際效用。

$$R(p(q),q)=N(p(q),q)\cdot[p(q)-c(q)] \tag{15}$$

廠商極大化每一增量的利潤即可得到總利潤最大，因此廠商利潤極大化問題為

$$\max_{p(q)} R(p(q),q)=N(p(q),q)\cdot[p(q)-c(q)] \tag{16}$$

一階條件為

$$\frac{\partial R(p(q),q)}{\partial p(q)}=\frac{\partial N(p(q),q)}{\partial p(q)}[p(q)-c(q)]+N(p(q),q)=0\text{。} \tag{17}$$

一階條件之意含為廠商由第 q 單位商品價格微小的變動所得之邊際利潤為 0。第 q 單位需求輪廓之價格彈性為

$$h(p,q)=-\frac{p}{N(p,q)}\cdot\frac{\partial N}{\partial p}(p,q) \tag{18}$$

藉由（18）式可將廠商利潤極大化之一階條件（17）式改寫為

$$\frac{p(q)-c(q)}{p(q)}=\frac{1}{h(p,q)}\text{。} \tag{19}$$

（19）式的解釋為對最適邊際價格而言，第 q 單位商品之邊際利潤率恰好為需求輪廓價格彈性之倒數。Willson（1993）稱之為逆彈性法則（inverse elasticity rule）。一般而言，當 q 增加，需求輪廓價格彈性增加，因此最適價格函數 $p(q)$ 為遞減的，且最適價目表 $P(q)$ 為購買數量之凹函數。

我們可以簡單的以最後一單位的商品來檢視一階條件。令最後一單位商品為 q^*，此時 $N(p(q^*),q^*)=0$。將其代入一階條件（18）式：

$$N(p(q^*),q^*)+\frac{\partial N}{\partial q}(p(q^*),q^*)[p(q^*)-c(q^*)]=0$$

可解得 $p(q^*)=c(q^*)$，也就是最後一單位商品以邊際價格販賣，此結果與參數效用法中所得到之結果相同。

不同消費者類型亦可以需求函數 $D(p,t)$ 表示，其意義為：對均一定價 p，t 類型消費者的最適購買數量。令 $v(q,t)=\partial U(q,t)/\partial q$ 為 t 類型消費者對於第 q 單位商品之邊際價值，也就是最高願付價格。則需求函數滿足 $v(D(q,t),t)=p$。

假設類型大於 t 的消費者數目表示為 $\bar{F}(t)=1-F(t)$。$f(t)/\bar{F}(t)$ 為危險率，一般假設為遞增函數。現我們定義令一個消費者偏好參數為 $r=F(t)$，此時需求輪廓為

$$N(p,q)=1-r(p,q)=\bar{F}(t(p,q)) \tag{20}$$

$t(p,q)$ 滿足

$$p=v(q,t(p,q))\text{。} \tag{21}$$

將（21）式對 p 偏微分[3]，可得

$$1=\frac{\partial v(q,t(p,q))}{\partial t(p,q)}\cdot\frac{\partial t(p,q)}{\partial p}$$

可解得

$$\frac{\partial t(p,q)}{\partial p}=\frac{1}{\partial v(q,t(p,q))/\partial t(p,q)}\text{ 。} \tag{22}$$

由（20）式，將 $N(p,q)$ 對 p 偏微分可得

$$\frac{\partial N(p,q)}{\partial p}=\frac{\partial\bar{F}(t(p,q))}{\partial p}=\frac{\partial[1-F(t(p,q))]}{\partial p}=-f(t(p,q))\frac{\partial t(p,q)}{\partial p} \tag{23}$$

將（22）式帶入（23）中可得

$$\frac{\partial N(p,q)}{\partial p}=\frac{-f(t(p,q))}{\partial v(q,t(p,q))/\partial t(p,q)}\text{ 。} \tag{24}$$

將（20）式 $N(p,q)=\bar{F}(t(p,q))$ 與（24）式帶入廠商利潤極大化一階條件中可得到

$$\bar{F}(t(p,q))-\frac{f(t(p,q))}{\partial v(q,t(p,q))/\partial t(p,q)}\cdot[p-c]=0 \tag{25}$$

其中 $\partial v(q,t(p,q))/\partial t(p,q)=\partial^2U(q,t(p,q))/\partial q\partial t$，當其大於零即為本文所探討之重點「單交條件」。為了能夠方便我們檢視單交條件對結果的影響，我們將（25）移項整理為

$$p-c=\frac{\bar{F}(t(p,q))}{f(t(p.q))}\cdot\frac{\partial v(q,t(p,q))}{\partial t(p,q)}\text{ 。} \tag{26}$$

由（21）式，可將（26）式改寫為

$$v(q,t(p,q))=c+\frac{\bar{F}(t(p,q))}{f(t(p.q))}\cdot\frac{\partial v(q,t(p,q))}{\partial t(p,q)} \tag{27}$$

其中 $\bar{F}(t(p,q))/f(t(p.q))$ 為危險率，在 $t=\bar{t}$ 時為 0。$v(q,t(p,q))$ 為 t 類型消費者對於第 q 單位商品的邊際價值，$c=c(q)$ 為廠商生產第 q 單位商品的邊際成本[4]。由此我們可以得到與效用參數法（14）式類似的式子。

無論利用效用參數法或需求輪廓法來作為求解非線性定價模型的工具，我們都能得到同樣的結果：消費者的偏好滿足單交條件的前提下，廠商方能利用商品數量與總價格的組合來對消費者進行差別取價。也就是在單交條件成立時，廠商方能利用商品數量與總價格的組合擷取出消費者私人偏好的訊息。故在非線性定價模型實際應用時，我們必須知道消費者的偏好是不是符合單交條件的假設。因此我們需進一步了解消費者偏好滿足單交條件時其效用函數或需求函數將會呈現什麼性質，以利應用時檢視實際消費者偏好的狀況是否符合模型假設。

---

[3] 在此 $p=p(q)$ 為數量之函數。

[4] 在本文中假設廠商邊際成本為固定常數。

3 消費者無異曲線與需求函數

Rochet and Stole (2000)中表示，若單交條件成立 U_{qt} 正負符號固定，在非線性定價模型中較高的類型 (t) 對消費的商品有較高的邊際價值，因此 $U_{qt} > 0$。此條件有兩個等價論證：

i. 在支付價格-數量空間中，任兩種消費者類型的無異曲線最多只相交一次。

ii. 任兩種類型消費者的需求曲線不會交叉，且和 $p(q) = \partial U(q,t(q))/\partial q$ 線平行。

證明：(i) 令消費者效用函數為 $U = U(q,t) - P(q)$，其中 $U(q,t)$ 為商品對消費者所帶來的效用，減去支付的金額 $P(q)$ 後為消費商品的淨效用 U。因此我們可知道對商品的收費並不會影響到商品本身對消費者帶來的效用，因此$\partial U(q,t)/\partial P(q) = 0$。我們將消費者消費$q$單位商品所支付的金額$P(q)$視為所得的損失，為厭惡品。因此在$P(q)$-$q$空間中的無異曲線斜率為：

$$MRS_{q,P(q)} = -\frac{\partial U(q,t)/\partial q - dP(q)/dq}{\partial U(q,t)/\partial P(q) - 1} = \frac{\partial U(q,t)}{\partial q} - \frac{dP(q)}{dq} \text{。}$$

為了求得無異曲線斜率與類型參數t之關係，將 $MRS_{q,P(q)}$ 對 t 偏微分

$$\frac{\partial MRS_{q,P(q)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 U(q,t)}{\partial q \partial t} - 0 = \frac{\partial^2 U(q,t)}{\partial q \partial t} \text{。}$$

若單交條件 $U_{qt} > 0$ 成立，則 $\frac{\partial MRS_{q,P(q)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 U(q,t)}{\partial q \partial t} > 0$。由以上推導得知，無異曲線斜率隨消費者類型參數增加而增加，故不同消費者類型的無異曲線若有相交最多只相交一次。

(ii) 消費者效用函數 $U = U(q,t) - P(q)$，消費者極大化其效用

$$\max_q U = U(q,t) - P(q)$$

極大化一階條件即可得

$$\frac{\partial U(q,t)}{\partial q} - \frac{dP(q)}{dq} = 0 \text{，}$$

逆需求函數 $p(q) = \frac{dP(q)}{dq} = \frac{\partial U(q,t)}{\partial q}$。為了推導需求曲線與消費者偏好參數 t 間的關係，因此將逆需求函數對消費者偏好參數 t 偏微分

$$\frac{\partial p(q)}{\partial t} = \frac{\partial\left[\partial U(q,t)/\partial q\right]}{\partial t} = \frac{\partial^2 U(q,t)}{\partial q \partial t} \text{。}$$

若單交條件 $U_{qt} > 0$ 成立，則$\partial p(q)/\partial t = \partial\left[\partial U(q,t)/\partial q\right]/\partial t = \partial^2 U(q,t)/\partial q \partial t > 0$。由以上推導得知，消費者類型參數 t 增加，p-q 平面中需求曲線向右平行移動，因此任兩種類型消費者的需求曲線不會交叉，且與 $p(q) = \partial U(q,t)/\partial q$ 線平行。

由 I、II 兩部分的推導可知，當單交條件成立 $U_{qt} > 0$，則在 $P(q)\text{-}q$ 空間中的無異曲線斜率隨消費者偏好參數 t 增加而增加，故無異曲線最多只交於一點。且單交條件成立時，需求函數對消費者偏好參數 t 偏微分也大於 0，因此任兩種類型消費者的需求曲線不會交叉。$U_{qt} > 0$ 若且惟若 $\partial MRS_{q,P(q)} / \partial t > 0$ 且 $U_{qt} > 0$ 若且惟若 $\partial p(q) / \partial t > 0$，因此這兩個論證為單交條件的等價論證。

因此當非線性定價模型在實際應用時，我們必須先對消費者的偏好進行調查，當不同類型間消費者的無異曲線最多只相交一次，或不同類型間消費者的需求曲線不相交，如此才能符合非線性定價模型的假設並方能利用非線性定價模型來求得廠商利潤極大化的價目表。

4 結論

在非線性定價問題中，獨占廠商選擇一個非線性價目表來極大化其利潤，但其受限於消費者的選擇；消費者根據廠商所提供的價目表做出反應，其目的為極大化自身的效用。Laffont, Maskin and Rochet（1985）稱之為雙重極大化問題。單交條件的重要性在於保證廠商在非線性定價問題中得到一個分離均衡，也就是不同類型的消費者將會選擇不同的價量組合進行消費，使得廠商能利用消費者需求不同的這項訊息來進行差別取價。

本文由參數效用法與需求輪廓法兩種不同之求解非線性定價模型最適價目表的方法著手，分別檢視單交條件對於廠商極大化利潤結果的影響。結果得到（14）與（27）兩個類似的式子，並由此兩式討論單交條件成立與否的影響。當單交條件成立時，廠商將會以生產邊際成本的價格販賣給最高需求的消費者，而以高於邊際成本的價格販賣給其餘較低需求的消費者。此時廠商能夠成功利用不同商品數量與總費用的組合對不同類型消費者進行差別取價。當單交條件不成立時，廠商僅能以邊際成本的價格販賣給最高需求的消費者或提供邊際成本的價格給所有類型的消費者。這表示廠商無法將不同類型的消費者區分開來，因此無法以非線性價目表來對消費者進行差別取價。因此我們得知無論是利用參數效用法或需求輪廓法的模型，廠商欲利用非線性定價來對消費者進行差別取價，其前提是消費者偏好需滿足單交條件。當消費者偏好滿足單交條件時，其不同類型間消費者的無異曲線最多只相交一次，或不同類型間消費者的需求函數不相交。

本文所研究的範圍侷限於單產品一維度偏好參數模型，參數效用法與需求輪廓法單交條件對於廠商利潤極大化結果的影響。而在多產品多維度偏好參數非線性定價模型中問題將會便得更為複雜，因為廠商必須將產品間替代和互補的價格效果納入最適費率的考量，也是日後研究的目標。

参 考 文 獻

Laffont, J.-J., E. Maskin, and J.-C. Rochet (1987), “Optimal nonlinear pricing with two-dimensional characteristics,” *Information Incentives and Economic Mechanisms*, Minneapolis: University of Minnesota Press.

Rochet, J. and L. Stole (2000), “The economics of multidimensional screening,” mimeo, University of Chicago GSB.

Spence, A. M. (1973), “Job Market Signalling,” *Quarterly Journal of Economics*, 77, 355-79.

Varian, H. R. (1989), “Price Discrimination,” *Handbook of Industrial Organization*, Volume 1, 597-654.

Willson, R. (1993), *Nonlinear Pricing*, New York: Oxford University Press.

可供推廣之研發成果資料表

□ 可申請專利　　□ 可技術移轉　　　　　　　　　　　　　　日期：__年__月__日

國科會補助計畫	計畫名稱：多產品非線性定價 計畫主持人：張鐸瀚 計畫編號：　94-2415-H-343-001-　　　　學門領域：經濟學
技術/創作名稱	
發明人/創作人	
技術說明	中文： （100~500 字）
	英文：
可利用之產業 **及** **可開發之產品**	
技術特點	
推廣及運用的價值	